

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Р.А. Вирц, А.А. Папин

**ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ХРАНЕНИЯ  
УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ  
ФОРМАЦИЯХ**

Учебное пособие



Барнаул

---

Издательство  
Алтайского государственного  
университета  
2021

**УДК 51-7:532:533**

**ББК 22.253**

**В 528**

Рецензент:

доктор физико-математических наук, профессор  
О.Н. Гончарова

**В 528 Вирц, Рудольф Александрович.**

**Проблемы математического моделирования хранения углекислого газа в геологических формациях : учебное пособие / Р.А. Вирц, А.А. Папин ; Министерство науки и высшего образования РФ, Алтайский государственный университет. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2021. – 70 с.**

ISBN 978-5-7904-2591-2.

Учебное пособие посвящено математическим вопросам хранения углекислого газа в геологических формациях. Рассмотрены проблемы построения математических моделей, описывающих закачку и хранение углекислого газа. Пособие будет полезно для студентов, аспирантов и специалистов, интересующихся теорией дифференциальных уравнений и их приложениями в механике сплошной среды.

**УДК 51-7:532:533**

**ББК 22.253**

ISBN 978-5-7904-2591-2

© Вирц Р.А., Папин А.А., 2021

© Оформление. Издательство Алтайского государственного университета, 2021

# Введение

Задачи фильтрации в пористых средах имеют практическое значение для исследований, связанных с прогнозом распространения загрязнений, фильтрацией вблизи речных плотин, водохранилищ и других гидротехнических сооружений, дренажом фундаментов и подвалов зданий, ирригацией и дренажом сельскохозяйственных полей, водоснабжением и нефтегазодобычей, движением магмы в земной коре и т.д. В этих процессах важную роль играет пористость среды (доля пор в единице объема). Характер пористости обуславливается физическими и физико – химическими процессами, протекающими в почве: растрескиванием её под действием увлажнения – высыхания, нагрева – охлаждения, набухания – сжатия; передвижением жидкой фазой, выщелачиванием и выносом различных химических соединений в нижележащие горизонты.

Процессы улавливания и захоронения углекислого газа в земной коре так же являются процессами фильтрации газа в пористых средах. В настоящее время в связи с большими выбросами  $CO_2$ , становится очень актуальной проблема эффективного хранения углекислого газа в геологических формациях.

Концентрация диоксида углерода ( $CO_2$ ) в атмосфере продолжает увеличиваться, что оказывает непосредственное влияние на земной климат. По имеющимся оцен-

кам, деятельность человека стала причиной роста средней температуры на Земле на  $1^{\circ}\text{C}$  выше доиндустриальных уровней. При нынешнем объеме антропогенных выбросов углекислого газа к середине XXI века средняя температура на земле поднимется уже примерно на  $1,5^{\circ}\text{C}$  выше доиндустриальных уровней. Одним из способов предотвращения достижения этой отметки является снижение выбросов  $\text{CO}_2$  вместе с использованием методов удаления двуокиси углерода.

Среди методов удаления углекислого газа выделяются: облесение и лесовозобновление, восстановление земель и секвестрация почвенного углерода, использование биоэнергии с улавливанием и хранением двуокиси углерода, прямое улавливание двуокиси углерода из воздуха и ее хранение, более эффективное выведение и подщелачивание океана. Все эти методы находятся на разных стадиях исследования и разработки, однако, ни один из них еще не добрался до масштабной реализации.

Одним из наиболее активно исследуемых и обсуждаемых способов является прямое улавливание  $\text{CO}_2$  из воздуха и ее хранение. Этот метод состоит из двух этапов: сбор  $\text{CO}_2$  из воздуха и его последующее хранение. Сбор углекислого газа может осуществляться с использованием твердого (amine-functionalized filter, ion-exchange sorbent и др.) или жидкого (раствор гидроксида калия, гидроксид кальция и др.) сорбента [1, 2]. Хранение же предполагает либо повторное промышленное использование собранного  $\text{CO}_2$ , либо его перманентное захоронение в геологических формациях [1].

Геологическая секвестрация – необходимый компонент улавливания углекислого газа. После того, как углекислый газ был собран, он сжимается в сверхкритическую жидкость, а затем закачивается в геологическую формацию, настолько глубоко, чтобы он оставался в сверхкри-

тическом состоянии (обычно 1 км или более). Подходящие для захоронения геологические формации должны состоять из пористой проницаемой породы, перекрытой сверху непроницаемой породой. Так как сверхкритический  $CO_2$  обладает меньшей плотностью, чем жидкости, изначально заполняющие поры в породе, он будет подниматься сквозь породу резервуара под действием силы выталкивания до тех пор, пока не встретит породу с низкой проницаемостью. Запечатанный углекислый газ считается перманентно секвестрированным, если в низкопроницаемом слое не найдется проницаемая брешь. Надежность захоронения может быть улучшена использованием методов вторичного задержания  $CO_2$  таких как: растворение двуокиси углерода в соляном растворе, иммобилизация капиллярными силами в стадию после закачки и минерализация через геохимическое взаимодействие  $CO_2$ , солевого раствора и породы [3].

На данный момент метод улавливания и хранения углекислого газа находится на стадии коммерциализации такими компаниями как Climeworks (Цюрих, Швейцария), Global Thermostat (Нью – Йорк, США), Skytree (Амстердам, Нидерланды) и др. Самым масштабным проектом на 2021 год является завод Orca, построенный компанией Climeworks совместно с Carbfix (Рейкьявик, Исландия) на территории геотермальной станции Хедлискейди в Исландии. Это крупнейшая в мире станция по откачке углекислого газа из воздуха и его захоронению, способная захватывать около 4000 тонн  $CO_2$  в год. Процесс работы прост: воздух вентилятором закачивается в коллектор, где углекислый газ захватывается высокоселективным фильтрующим материалом (amine-functionalized filter) и остается в коллекторе. После заполнения фильтра  $CO_2$  коллектор закрывается, и температура внутри поднимается до 80–100°C, благодаря чему чистый и концен-

трированный углекислый газ высвобождается из фильтра и собирается. Затем он смешивается с водой и закачивается глубоко под землю в ближайшую базальтовую породу, где в процессе естественной минерализации (занимает около 2 лет) при реакции с базальтом превращается в твердые минералы. У метода достаточно спорных сторон. Например, одной из проблем является необходимость использования энергии, полученной из «чистых» источников (без выпуска  $CO_2$  в атмосферу), например, солнечными электростанциями, ГеоТЭС или АЭС. В противном случае такая станция будет низкоэффективной, и её использование для улавливания диоксида углерода будет нецелесообразно. Еще одной проблемой можно считать соотношение цены эксплуатации и объема собираемого из воздуха  $CO_2$ .

# Глава 1

## Математические модели

### 1 Моделирование переноса наночастиц в многофазных потоках в пористых средах: секвестрация $CO_2$

Под секвестрацией  $CO_2$  понимается процесс захвата  $CO_2$  из источника выбросов, транспортировка и долгосрочное захоронение в геологических формациях.

В работе [4] представлена математическая модель для описания переноса наночастиц, закачиваемым  $CO_2$  в пористую среду. В модели учитывается плавучесть, капиллярные силы, а также броуновская диффузия. Используется схема Implicit Pressure Explicit Saturation-Concentration (IMPESC). Разработан численный симулятор для моделирования переноса наночастиц в хранилищах  $CO_2$ .

Геологическое хранение антропогенных выбросов  $CO_2$  в глубоких соленых водоносных горизонтах в последнее время привлекает огромное внимание в научной литературе. Шлейф нагнетаемого  $CO_2$  плавно накапливается в верхней части глубокого водоносного горизонта под герметизирующей покрывающей породой, и есть опасения, что  $CO_2$  под высоким давлением может пробить гер-

метичную породу. Однако  $CO_2$  будет диффундировать в рассол вниз и образовывать немного более плотную жидкость, которая может вызвать нестабильность и конвективное перемешивание. Время наступления нестабильности и характеристики конвективного перемешивания зависят от физических свойств породы и флюидов, таких как проницаемость и разность плотностей. Новая идея заключается в добавлении наночастиц к закачиваемому  $CO_2$  для увеличения контраста плотности между насыщенным  $CO_2$  рассолом и находящимся ниже резидентным рассолом и, как следствие, уменьшения времени возникновения нестабильности и увеличения конвективного перемешивания. На самом деле, лишь несколько работ посвящены вопросам, связанным с аспектами математического и численного моделирования явлений переноса наночастиц в хранилищах  $CO_2$ .

В [4] разработана математическая модель для описания переноса наночастиц, двухфазным потоком в пористой среде. Рассмотрим двухфазный поток несмешивающихся несжимаемых жидкостей в неоднородной области пористой среды, описываемый уравнениями сохранения массы для каждой фазы и законом Дарси следующим образом

$$\frac{\partial(\phi\rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_\alpha u_\alpha), \quad \alpha = w, g, \quad (1.1)$$

$$u_\alpha = \frac{K k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha g \nabla z), \quad \alpha = w, g, \quad (1.2)$$

где  $S_\alpha$  – насыщенность,  $u_\alpha$  [м/с] – скорость фазы  $\alpha$ ,  $w$  обозначает смачивающую фазу,  $g$  – несмачивающую фазу,  $\phi$  – пористость среды,  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial z)$  – оператор градиента;  $K$  [м<sup>2</sup>] – абсолютная проницаемость  $k_{r\alpha}$  [безразмерный] – относительная проницаемость,  $\rho_\alpha$  [кг/м<sup>3</sup>] –



плотность,  $p_\alpha$  [Па] – давление фазы  $\alpha$ ,  $g = (0, -g)$  – ускорение свободного падения,  $\mu_\alpha$  – вязкость,  $k_\alpha$  – эффективная проницаемость. Флюидонасыщенность для двухфазного потока смачивающего ( $w$ ) и несмачивающего газа ( $g$ ) должны удовлетворять равенству:

$$S_w + S_g = 1.$$

Относительные проницаемости рассматриваются как функция несмачивающего насыщения:

$$k_{r\alpha} = k_{r\alpha}(S_g), \quad \alpha = w, g.$$

Распространенные формулы для относительной проницаемости – Corey, Naar–Henderson и van Genuchten (см. [5, 6, 7]). Наиболее подходящая формула для системы вода–газ дает формула Brook-Corey [8, 9], а именно:

$$k_{rw}(S) = (1 - S_{eg})^{(2+3a)/a},$$

$$k_{rg}(S) = S_{eg}^2 [1 - (1 - S_{eg})^{(2+a)/a}].$$

Здесь  $a$  – безразмерный параметр, характеризующий распределение пор по размерам, диапазон его значений варьируется от небольшого значения для гетерогенного материала ( $a = 0.2$ ) до  $a = 3.0$  для однородного материала [5];  $S_{eg}$  – нормированное насыщение несмачивающей фазы, определяемое формулой

$$S_{eg} = \frac{S_g - S_{rg}}{1 - S_{rg} - S_{rw}},$$

где  $S_{rg}$  – остаточное насыщение несмачивающей фазы, а  $S_{rw}$  – остаточное насыщение смачивающей фазы. Для капиллярного давления используется формула из работы [7]:

$$p_c(S_{eg}) = p_g - p_w = p_c^0(1 - S_{eg} + b_c)^{-m_c}, \quad (1.3)$$

где  $p_c^0$  – входное капиллярное давление (давление вытеснения),  $b_c$  и  $m_c$  – постоянные (берутся равными  $10^{-4}$  и 3 соответственно). Поскольку сжимаемость закачиваемого сверхкритического  $CO_2$  может быть небольшой, газ можно рассматривать как несжимаемую жидкость. Определим общую скорость

$$u_t = u_g + u_w.$$

Суммируя уравнения неразрывности фаз, получаем,

$$\nabla \cdot u_t = 0. \quad (1.4)$$

Добавляя определяющие уравнения для каждой фазы в уравнение (1.2) и подставляя затем в уравнение (1.3), получаем,

$$u_t = -K(\lambda_g + \lambda_w)\nabla p_g + K(\lambda_g\rho_g + \lambda_w\rho_w)g\nabla z + \lambda_w K\nabla p_c. \quad (1.5)$$

Представим дробный поток как,  $f_\alpha = \lambda_\alpha/\lambda_t$ , а мобильность,  $\lambda_\alpha = k_{r\alpha}/\mu_\alpha$ . Чтобы вывести уравнение для давления газа, подставим (1.5) в уравнение (1.4). Получим,

$$\nabla \cdot (-\lambda_t K\nabla p_g + (\lambda_g\rho_g + \lambda_w\rho_w)Kg\nabla z + \lambda_w K\nabla p_c) = 0,$$

или

$$\nabla \cdot (K\lambda_t[-\nabla p_g + (f_g\rho_g + f_w\rho_w)g\nabla z] + f_w K\nabla p_c) = 0, \quad (1.6)$$

где  $\lambda_t = \lambda_w + \lambda_g$ . Однако в данном исследовании предполагается, что эта временная скорость объемной деформации пренебрежимо мала. Таким образом, последний член уравнения (1.6) исчезает. Подставляя определяющее уравнение для несмачивающей фазы в уравнение (1.2), уравнение (1.1) дает

$$\phi \frac{\partial S_g}{\partial t} + \nabla \cdot u_g = 0,$$

где скорость несмачивания (газа) определяется следующим образом:

$$u_g = f_g u_t - f_g \lambda_w (\rho_w - \rho_g) K g \nabla z - f_g \lambda_w K \nabla p_c.$$

Граница области течения состоит из двух частей  $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N$ . На  $\Gamma_D$  задается условие Дирихле, а на  $\Gamma_N$  – условие Неймана. Здесь граничное условие Неймана используется только при задании нормальной скорости на входе, а также при отсутствии потока, в противном случае это границы Дирихле. Граничные условия, рассматриваемые в [4], можно кратко изложить следующим образом (см. рис. 1.1):

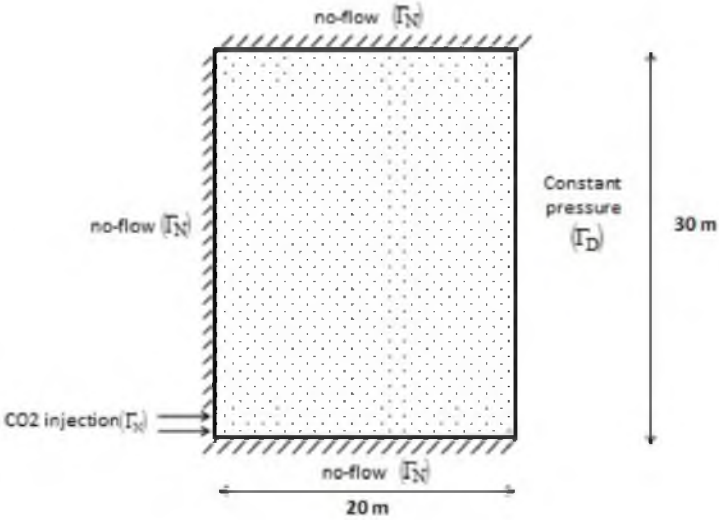


Рисунок 1.1: Область течения

$$p_n = p^D \text{ на } \Gamma_D,$$

$$u_t \cdot n = u^N \quad \text{при инъекции,}$$

$$u_t \cdot n = 0 \quad \text{по нижней и верхней границам,}$$

$$S_n = \begin{cases} 1 & \text{on } \Gamma_N, \\ 0 & \text{on } \Gamma_D. \end{cases}$$

В [10] сообщается, что есть два типа наночастиц поликремния (PN), которые можно использовать на нефтяных месторождениях для повышения нефтеотдачи и увеличения закачки воды, соответственно. Наночастицы поликремния классифицируются на основе смачиваемости поверхности PN. Первый тип называется липофобными и гидрофильными наночастицами поликремния (LHPN) и существует только в водной фазе, а второй тип называется гидрофобными и липофильными наночастицами поликремния (HLPN) и существует только в масляной фазе. Размеры PN находятся в диапазоне от 10 до 500 нм, поэтому рассматривается броуновская диффузия. Предполагается, что есть интервал размера  $m$  наночастиц в водной фазе. Уравнение переноса для каждого интервала размеров  $i$  наночастиц в фазе вода / масло можно записать в виде

$$\frac{\partial \phi S_\alpha C_{i,\alpha}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C_{i,\alpha} = \nabla \cdot (\phi S_\alpha D_{i,\alpha} \nabla C_{i,\alpha}) + R_{i,\alpha} + Q_{i,\alpha},$$

где  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $C_{i,\alpha}$  – объемные концентрации наночастиц в интервале размеров  $i$  в фазе  $\alpha$ ;  $D_{i,\alpha}$  – коэффициенты дисперсии наночастиц в интервале размеров  $i$  в фазе  $\alpha$ ;  $Q_{i,\alpha}$  – скорость изменения объема частицы, принадлежащей источнику / стоку;  $R_{i,\alpha}$  – чистая скорость

потери наночастиц в интервале размеров  $i$  в фазе  $\alpha$ . Чистая скорость потери наночастиц может быть записана [10, 11, 12, 13, 14] следующим образом

$$R_{i,\alpha} = \frac{\partial(\delta\phi)_{i,\alpha}}{\partial t},$$

где  $(\delta\phi)_{i,\alpha} = v_{i,\alpha} + v_{i,\alpha}^*$  – изменение пористости из-за высвобождения или удержания наночастиц интервала  $i$  в фазе  $\alpha$ ;  $v_{i,\alpha}$  – объем наночастиц интервала размера  $i$  в контакте с фазой  $\alpha$  имеющейся на поверхности пор на единицу объемного объема пористой среды;  $v_{i,\alpha}^*$  – объем наночастиц интервала размера  $i$ , захваченных в поровых каналах из фазы  $\alpha$  на единицу объема пористой среды из-за закупоривания. Кроме того,  $v_{i,\alpha}$  и  $v_{i,\alpha}^*$  могут быть определены в терминах массы частиц на единицу объема жидкости, отложенных в телах пор  $\sigma_{i,\alpha}$  и поровых каналов  $\sigma_{i,\alpha}^*$  пористой среды, следующим образом,

$$v_{i,\alpha} = \sigma_{i,\alpha} / \rho_b, \quad v_{i,\alpha}^* = \sigma_{i,\alpha}^* / \rho_b,$$

где  $\rho_b$  – плотность суспензии твердых частиц.

При критической скорости поверхностного осаждения происходит только удерживание частиц, а выше удерживание и увлечение наночастиц происходит одновременно (Gruesbeck and Collins [15]). Модифицированная модель Gruesbeck и Collins для поверхностного осаждения выражается формулой [10],

$$\frac{\partial v_{i,\alpha}}{\partial t} = \begin{cases} \gamma_{d,i,\alpha} u_\alpha C_{i,\alpha}, & \text{когда } u_\alpha \leq u_{\alpha c}, \\ \gamma_{d,i,\alpha} u_\alpha C_{i,\alpha} - \gamma_{e,i,\alpha} v_{i,\alpha} (u_\alpha - u_{\alpha c}), & \text{когда } u_\alpha > u_{\alpha c}, \end{cases}$$

где  $\gamma_{d,i,\alpha}$  – коэффициенты скорости поверхностного удерживания наночастиц в интервале  $i$  в фазе  $\alpha$ ;  $\gamma_{e,i,\alpha}$  – коэффициенты скорости уноса наночастиц в интервале  $i$  в фазе  $\alpha$ ;  $u_{\alpha c}$  – критическая скорость фазы  $\alpha$ .

Точно так же скорость захвата наночастиц в интервале  $i$  в фазе  $\alpha$  определяется уравнением

$$\frac{\partial v_{i,\alpha}^*}{\partial t} = \gamma_{pt,i,\alpha} u_\alpha C_{i,\alpha},$$

где  $\gamma_{pt,i,\alpha}$  – константа блокировки порового канала.

Пористость может измениться из-за осаждения наночастиц на поверхности пор или блокирования каналов пор. Вариация пористости может быть определена формулой [10, 12]

$$\phi = \phi_0 - \sum_{i,\alpha} (\delta\phi)_{i,\alpha},$$

где  $\phi_0$  – начальная пористость. Кроме того, изменение проницаемости из-за осаждения наночастиц на поверхности пор или блокировки каналов пор может быть выражено формулой [11],

$$K = K_0 [(1 - f)k_f + f\phi/\phi_0]^l,$$

где  $K_0$  – начальная проницаемость,  $k_f$  – константа для просачивания жидкости, допускаемой закупоренными порами. Коэффициент эффективности потока, выражающий долю незаполненных пор, доступных для потока, определяется выражением

$$f = 1 - \sum_i \gamma_{f,i} \left( \sum_\alpha v_{i,\alpha}^* \right),$$

где  $\gamma_{f,i}$  – коэффициент эффективности потока для частиц  $i$ .

Значение показателя  $l$  находится в диапазоне от 2.5 до 3.5. В процессе переноса наночастиц потоком жидкости в пористой среде, может происходить отложение частиц

на поверхности пор и закупорка поровых каналов. Удерживаемые частицы на поверхностях пор могут десорбироваться под действием гидродинамических сил, а затем, возможно, адсорбироваться на других участках пор или захватываться в других поровых каналах.

Относительная проницаемость может изменяться из-за удержания наночастиц в пористой среде. Чтобы определить изменение относительной проницаемости, вызванное наночастицами, сначала определим следующие величины. Площадь песчаного зерна может быть рассчитана с помощью следующего эмпирического уравнения [16]

$$a_{sp} = 7000\phi\sqrt{\frac{\phi}{K}}.$$

С другой стороны, важно определить общую площадь поверхности в контакте с жидкостями для всех интервалов размеров наночастиц на единицу объема следующим образом [10, 11]

$$a_{tot} = 6\beta \sum_{i,\alpha} (\delta\phi)_{i,\alpha} / d_i,$$

где  $d_i$  – диаметр интервала частиц  $i$ . Когда  $a_{tot} \geq a_{sp}$  общие поверхности на единицу объема пористой среды полностью покрыты наночастицами, адсорбированными на поверхностях пор или захваченными в поровых каналах, в то время как, если  $a_{tot} < a_{sp}$ , поверхности на единицу объемного объема пористой среды частично покрыты наночастицами. Следовательно, относительные проницаемости водной и газовой фаз можно выразить как линейную функцию от поверхности, покрытой наночастицами, то есть  $0 < a_{tot} < a_{sp}$ . Таким образом имеем

$$k_{r\alpha,p} = k_{r\alpha} + \frac{a_{tot}}{a_{sp}}(k_{r\alpha,c} - k_{r\alpha}), \quad (1.7)$$

где  $k_{r\alpha,c}$  – относительные проницаемости водной/газовой фазы, когда поверхности единицы объема пористой среды полностью заняты наночастицами. В работе [10] отмечено, что эффективная проницаемость  $k_{ew} = Kk_{rw,c}$  воды после обработки наночастицами улучшается в 1.627 – 2.136 раза по сравнению с эффективной проницаемостью до обработки наночастицами. Однако абсолютная проницаемость снижается примерно на 10 %. Итак, можно написать  $k_{rw,c} = \theta_w k_{rw}$  такое, что  $\theta_w$  – константа изменения относительной проницаемости из-за суспендирования наночастиц в водной фазе. Таким образом, уравнение (1.7) примет следующий вид:

$$k_{rw,p} = [1 + r_a(\theta_w - 1)]k_{rw},$$

где  $r_a = a_{tot}/a_{sp}$ . Аналогично для газовой фазы можно написать:

$$k_{rg,p} = [1 + r_a(\theta_g - 1)]k_{rg},$$

где  $\theta_g$  – константа изменения относительной проницаемости из-за суспендирования наночастиц в газовой фазе.

## 2 Геологическое связывание $CO_2$ в водоносном пласте в условиях гидратообразования

Повышенная концентрация углекислого газа в атмосферном воздухе является серьезной экологической проблемой и требует немедленного вмешательства для смягчения последствий. В этом отношении новую идею связывания  $CO_2$  в геологических условиях стоит изучить с количественной точки зрения. В настоящем исследовании рассматривается численное моделирование процесса



закачки  $CO_2$  в пористый пласт. Выбранный пласт представляет подходящие термодинамические условия для образования гидрата  $CO_2$ . Нестационарное моделирование проводится в одномерном случае в изотермических и неизотермических рамках. Также сообщается о дополнительном моделировании закачки  $CO_2$  в истощенный резервуар гидрата метана. В настоящем исследовании реакция коллектора на хранение  $CO_2$  анализируется по четырем параметрам – пористости коллектора, начальной водонасыщенности, температуре коллектора и давлению закачки. Представляют интерес модели образования гидратов и кумулятивная секвестрация массы  $CO_2$  в пласте как функция времени. Численные эксперименты показывают, что начальная водонасыщенность является важным параметром, поскольку она влияет как на миграцию газа  $CO_2$ , так и на образование гидратов. Изотермическое моделирование дает результаты, аналогичные неизотермической модели, что позволяет предположить, что изотермический подход может быть принят для будущих исследований закачки  $CO_2$ . Скорость образования гидратов  $CO_2$  около нагнетательной скважины оказывается на порядок выше, чем внутри, но ее величина довольно мала по сравнению с водонасыщенностью и газонасыщенностью. Более высокое давление закачки приводит к непрерывному увеличению закачиваемой массы  $CO_2$ , в первую очередь из-за увеличения плотности газа, хотя также наблюдается увеличение образования гидратов вблизи нагнетательной скважины. Более низкая пластовая температура способствует большему образованию гидратов из закачиваемой массы  $CO_2$  и, безусловно, необходима.

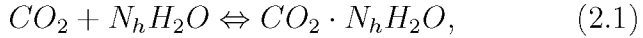
Физические процессы, связанные с секвестрацией  $CO_2$  в гидратном резервуаре, сложны, поскольку включают явления, существенно отличающиеся друг от друга с точки зрения продолжительности и временных масштабов.

Некоторые из них происходят в поровом пространстве на границе раздела жидкость–газ, включая растворение - дегазацию  $CO_2$  из воды и испарение - конденсацию воды. Эти процессы происходят в небольших масштабах, но происходят быстро и в небольших временных масштабах. Образование гидратов, которое происходит на границе раздела гидрат–газ или гидрат–вода, также происходит в объеме пор, но медленнее, чем эти два процесса. Влияние кривизны границы раздела газ-вода на уравнение импульса фиксируется путем обработки капиллярного давления. Процессы, которые происходят в масштабе коллектора – это миграция жидких фаз в пористой среде и перенос тепловой энергии посредством адвекции и диффузии. Те процессы, которые происходят в масштабе коллектора, имеют более длительный временной масштаб по сравнению с масштабом пор, за исключением реакции образования гидрата. С точки зрения моделирования сложно учесть все сложности, возникающие из иерархии продолжительности и временных масштабов, поскольку это может привести к чрезмерным вычислительным затратам. В настоящем исследовании явления короткого временного масштаба рассматриваются как мгновенные, а мелкие масштабы длины, возникающие на границе раздела жидкости и газа, моделируются феноменологически. Ниже представлен упрощенный подход к моделированию, который подходит для долгосрочной закачки  $CO_2$  в резервуар месторождения.

В настоящей работе рассматривается нестационарная неизотермическая многофазная модель для моделирования закачки и секвестрации  $CO_2$  в пористой среде, содержащей гидраты. Математическая модель учитывает три фазы - газообразную, водную и  $CO_2$ -гидратную; и три компонента, а именно вода,  $CO_2$  и  $CO_2$ -гидрат. Первые две фазы, вода и  $CO_2$ , подвижны, в то время как

гидратная фаза неподвижна. Считается, что три фазы находятся в локальном тепловом равновесии друг с другом вместе с твердой матрицей пористой среды. Растворимость газообразного  $CO_2$  в водной фазе и присутствие водяного пара в газовой фазе могут быть легко учтены в модели, но не обсуждаются.

Один моль  $CO_2$  объединяется с  $N_h$  молями  $H_2O$  с образованием одного моля  $CO_2$  – гидрата, как указано уравнением



где  $N_h$  – число гидратации, которое определяет количество молекул  $H_2O$ , прикрепленных к одной молекуле  $CO_2$ . В неизотермических, многофазных и многокомпонентных системах легче иметь дело с формулировкой баланса массы компонентов, чем с балансом фаз. Уравнения (2.2) – (2.4) взяты из [17] и представляют собой уравнения баланса массы для компонентов массы гидрата  $CO_2$ , воды и  $CO_2$  с исходными членами, возникающими в результате реакции гидрата (уравнение (2.1)):

$$\frac{(\partial\phi\rho_h S_h)}{\partial t} = \dot{m}_h, \quad (2.2)$$

$$\frac{(\partial\phi\rho_1 S_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 V_1) = \dot{m}_1, \quad (2.3)$$

$$\frac{(\partial\phi\rho_g S_g)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g V_g) = \dot{m}_g. \quad (2.4)$$

Величина  $\dot{m}_h$  в уравнении (2.2) представляет собой локальную массовую скорость образования гидрата на единицу объема в реакции образования гидрата, определяемую уравнением (2.1). Величины  $\dot{m}_1$  и  $\dot{m}_g$  в уравнениях (2.3) – (2.4) представляют локальный массовый расход

воды и газа, произведенных на единицу объема, соответственно;  $S_h, S_1, S_g$  – насыщенность гидрата, водной и газообразной фаз;  $V_1, V_g$  – объем воды и газа;  $\rho_\gamma, \gamma = h, 1, w$  – плотности гидрата, воды и газа соответственно. Как и в потоках пористой среды, скорость пор считается небольшой ( $Re_{dp} \ll 1$ , где индекс  $dp$  – диаметр поры), так что преобладает вязкий поток. В этой ситуации закон Дарси справедлив, хотя теоретически его можно вывести из уравнений Навье – Стокса. Закон Дарси в ненасыщенной среде для фазы  $\gamma$  определяется уравнением [17]:

$$V_\gamma = -\frac{K_{abs}k_{r\gamma}}{\mu_\gamma} \frac{\partial}{\partial x} P_\gamma,$$

где  $V_\gamma, k_{r\gamma}, \mu_\gamma, P_\gamma, \rho_\gamma$  – скорость, относительная проницаемость, динамическая вязкость, давление и плотность для фазы  $\gamma$  соответственно. Влияние границы раздела фаз на подвижность флюида характеризуется функцией относительной проницаемости  $k_{r\gamma}$ . Когда явления локального энергообмена в масштабе пор происходят намного быстрее, чем в масштабе коллектора, локальное тепловое равновесие является допустимым приближением, и для определения переноса энергии достаточно одного уравнения энергии. Уравнение энергии в терминах локальной средней по фазе температуры задается уравнением [17, 18]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \sum_\gamma \rho_\gamma S_\gamma U_\gamma + (1 - \phi) \rho_s U_s \right) + \\ & + \sum_{\gamma=1,g} \left( \sum_{i=c,w} \nabla \cdot \rho_\gamma V_\gamma \omega_\gamma^i H_\gamma^i \right) = \nabla \cdot (\lambda_{eff} \nabla T) + \dot{m}_h \Delta H_h^f + \dot{E}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

где  $U$  – внутренняя энергия твердой матрицы,  $\omega_\gamma^i$  – мас-

совая доля фазы  $\gamma$ ,  $H_\gamma^i$  – энтальпия,  $T$  – температура,  $\dot{E}$  – энергия активации,  $\Delta H_h^f$  – энтальпия образования гидрата. Явление коэффициента Джоуля-Томсона и связанное с этим понижение температуры важно, когда расширение  $CO_2$  происходит в свободном пространстве. Однако его влияние на изменения температуры невелико, когда расширение происходит в пористой среде при умеренных градиентах давления [19, 20]. Проведенный авторами анализ по порядку величин показал, что максимальное снижение температуры составляет 0.03 К вблизи нагнетательной скважины в течение короткого времени и незначительно в других местах.

Таким образом, физический процесс закачки  $CO_2$  в пористую среду, изначально заполненную газообразным  $CO_2$  и водой, регулируется четырьмя дифференциальными уравнениями в частных производных, возникающими из баланса массы и энергии. Уравнение реакции гидрата (уравнение (2.5)) предполагается более медленным, чем другие процессы в масштабе пор. Четыре основных уравнения содержат несколько параметров, которые необходимо задать априори.

Схематическое изображение физического резервуара, рассматриваемого для изучения связывания  $CO_2$ , показано на рисунке 2.1. Это геологические отложения толщиной 10 м, распространенные горизонтально и ограниченные водонепроницаемым слоем сверху и снизу. Численное исследование проводится на водохранилище длиной 500 м. Поскольку толщина мала по сравнению с длиной, для анализа была принята одномерная модель. Обмены энергией с верхним и нижним непроницаемыми слоями моделируются как элементы стока энергии в одномерной структуре. Левая часть области ( $x = 0$ ) – это нагнетательная скважина, а крайний правый конец ( $x = 500$  м) изолирован.

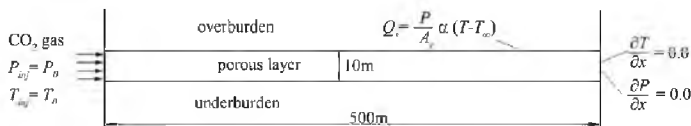


Рисунок 2.1: Схематическое изображение резервуара гидрата, рассматриваемого в настоящем моделировании, с соблюдением граничных условий.

### 3 Модель процесса захоронения углекислого газа в гидратонасыщенном пласте

В работе [21] рассматривается математическое моделирование процесса нагнетания углекислого газа в пласт, заполненный в исходном состоянии метаном и его гидратом. На основе методов механики многофазных систем приведена система уравнений, описывающая для данного случая процессы тепло- и массопереноса в пористой среде. Представлена оценка условий, при которых можно пренебречь кинетическим механизмом формирования газового гидрата и диффузионным перемешиванием углекислого газа и метана.

В настоящее время при эксплуатации большого числа промышленных установок и транспортных средств происходит выброс диоксида углерода в значительных объемах. Это обстоятельство может способствовать катастрофическим изменениям климата, что на сегодняшний день является одной из наиболее глобальных экологических проблем. Рядом исследователей в качестве решения проблемы снижения концентрации углекислого газа в атмосфере предлагается захоронение  $CO_2$  в подземных коллекторах [22, 23]. Причем закачка диоксида углерода в пласт, в исходном состоянии насыщенный гидратом ме-

тана, позволила бы заодно и добывать природный газ при достаточно низких энергетических затратах на извлечение этого углеводородного сырья [24, 25, 26, 27, 28]. Данный метод добычи метана основан на том, что гидрат  $CO_2$  является более стабильным, чем гидрат  $CH_4$ , поэтому двуокись углерода может замещать метан в его гидрате. Исследования показали, что при протекании процесса замещения  $CO_2 - CH_4$  не высвобождается вода и данная реакция происходит в условиях стабильного существования гидрата метана [24, 25, 27].

При теоретическом изучении особенностей процесса захоронения углекислого газа в гидратонасыщенном пласте возникает необходимость в построении адекватной математической модели, т.к. любые технологические идеи должны быть подкреплены соответствующими расчетами. Математические модели формирования газовых гидратов в пористых средах при нагнетании газа сформулированы, в частности, в работах авторов [29, 30, 31, 32], в которых изучается процесс закачки метана в пласт, в исходном состоянии содержащий тот же газ и его гидрат. Теоретическое моделирование процесса инъекции углекислого газа в пласт, насыщенный метаном и водой, представлено в статье [24].

Примем следующие допущения. Гидраты  $CO_2$  и  $CH_4$  являются двухкомпонентными системами с соответствующими массовыми концентрациями  $G_{(1)}$  и  $G_{(2)}$ . Процесс однотемпературный, т.е. температуры пористой среды и насыщающего вещества совпадают. Скелет пористой среды и газовый гидрат несжимаемы и неподвижны, пористость  $m$  постоянна.

Система основных уравнений, описывающая процессы фильтрации и теплопереноса в пористой среде для данной задачи, включает в себя уравнения сохранения масс, линейный закон Дарси и уравнение сохранения энергии.

С учетом принятых допущений данные уравнения можно записать в виде [31, 32, 33, 34]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{g(i)}\phi S_{g(i)} + G_i\rho_{h(i)}\phi S_{h(i)}) + \operatorname{div}(\rho_{g(i)}\phi S_{g(i)}\vec{v}_{g(i)}) = 0, \quad (3.1)$$

$$\phi S_{g(i)}\vec{v}_{g(i)} = -\frac{k_{g(i)}}{\mu_{g(i)}}\nabla p, \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \rho_c \frac{\partial T}{\partial t} + \phi c_{g(i)} S_{g(i)} \vec{v}_{g(i)} \rho_{g(i)} \nabla T = \operatorname{div}(\lambda \nabla T) + \\ + \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{h(i)} L_{h(i)} \phi S_{h(i)}) + \phi S_{g(i)} \rho_{g(i)} c_{g(i)} \left( \eta_{(i)} \frac{\partial p}{\partial t} - \vec{v}_{g(i)} \varepsilon_{(i)} \nabla p \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\rho_c = (1 - \phi) \rho_{sk} c_{sk} + \phi \sum_{j=g,h} \rho_{j(i)} S_{j(i)} c_{j(i)},$$

$$\lambda = (1 - \phi) \lambda_{sk} + \phi \sum_{j=g,h} S_{j(i)} \lambda_{j(i)}.$$

Здесь и далее нижние индексы  $sk$ ,  $h$  и  $g$  относятся к параметрам скелета, гидрата и газа соответственно, нижние индексы в скобках 1 и 2 соответствуют  $CO_2$  и  $CH_4$ ;  $p$  — давление;  $T$  — температура;  $\rho_j$ ,  $c_j$  и  $\lambda_j$  ( $j = sk; h; g$ ) — истинная плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности  $j$ -й фазы;  $S_j$  ( $j = g; h$ ) — насыщенность пор  $j$ -й фазой;  $\vec{v}_g$ ,  $k_g$  и  $\mu_g$  — скорость, проницаемость и динамическая вязкость газовой фазы;  $L_h$  — удельная теплота образования гидрата;  $\varepsilon$  — коэффициент Джоуля-Томсона (дифференциальный коэффициент дросселирования);  $\eta$  — коэффициент адиабатического охлаждения.



В рассматриваемой задаче диапазон изменения давления и температуры сравнительно небольшой, поэтому в уравнении (3.3) можно пренебречь слагаемыми, связанными с баротермическим эффектом [34, 35].

Характерные времена релаксации диффузионной неравновесности можно оценить как:

$$t_r \approx d^2/D_h,$$

где  $D_h$  — коэффициент диффузии газа в гидрате,  $d$  — характерные толщины пленки гидрата (равные примерно размерам пор).

Характерные размеры пор можно записать как

$$d^2 \approx k\phi,$$

где  $k$  — коэффициент проницаемости пласта.

Тогда для оценки времени  $t_r$  получим

$$t_r \approx k\phi/D_h.$$

Характерные времена достижения фронта вытеснения правой границы пласта оценим следующим образом

$$t_f \approx l^2/X,$$

где  $X$  и  $l$  — коэффициент пьезопроводности и длина пласта.

Коэффициент пьезопроводности пласта равен

$$X = \frac{kp}{\mu\phi},$$

где  $\mu$  — средняя вязкость газовой фазы. Тогда для оценки времени  $t_f$  получим

$$t_f \approx \frac{l^2\mu\phi}{kp}.$$

Кинетикой процесса можно пренебречь, если  $t_r \ll t_f$ . Тогда

$$\frac{k\phi}{D_h} \ll \frac{l^2\mu\phi}{kp} \Rightarrow k \ll \sqrt{\frac{l^2\mu D_h}{p}}.$$

Положим, что пласт имеет достаточно большую протяженность, например,  $l = 330$  м. Тогда для значений параметров  $p = 10$  МПа,  $\mu = 10^{-5}$  Па · с,  $D_h = 10^{-13}$  м<sup>2</sup>/с имеем, что кинетикой можно пренебречь, если проницаемость пласта удовлетворяет условию

$$k \ll 10^{-10} \text{ м}^2.$$

Данное условие для большинства природных пластов выполняется. Поэтому характерное время кинетики процесса будет много меньше характерного времени процесса вытеснения (при указанной протяженности пласта). Тогда в протяженных природных пластах кинетикой процесса, связанной с диффузией в гидратных пленках на уровне отдельных пор, можно пренебречь.

При нагнетании углекислого газа в метангидратосодержащий пласт скорость массопереноса, обусловленная фильтрацией, значительно превышает интенсивность массопереноса, связанную с диффузией. Также стоит отметить, что для принятых в задаче диапазоне давлений и температур вязкость углекислого газа примерно в полтора раза превышает вязкость метана. В этой связи можно считать устойчивым фронт вытеснения метана углекислым газом [24]. Оценим условия, при которых можно пренебречь диффузионным перемешиванием газов. Для этого, как уже было отмечено выше, скорость фильтрационного массопереноса должна в значительной мере превышать скорость диффузионного массопереноса.

Характерное расстояние, пройденное за некоторое вре-

мя  $t$  частицами газа при фильтрации, можно оценить как:

$$x_m \approx \sqrt{Xt} = \sqrt{\frac{kpt}{\mu\phi}}.$$

Характерное расстояние, пройденное частицами газа за это же время  $t$  за счет молекулярной диффузии, оценим следующим образом:

$$x_D \approx \sqrt{D_g\phi t},$$

где  $D_g$  — коэффициент диффузии углекислого газа в метане.

Тогда диффузионным перемешиванием газов можно пренебречь, если:

$$\sqrt{D_g\phi t} \ll \sqrt{\frac{kpt}{\mu\phi}} \quad \text{или} \quad k \gg D_g\phi^2\mu/p.$$

Для вышепринятых значений параметров, а также для  $D_g=10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $m=0,1$  получаем, что диффузионным перемешиванием газов можно пренебречь, если проницаемость пласта удовлетворяет условию

$$k \gg 10^{-19}\text{м}^2.$$

Таким образом, предложенную схему процесса правомерно использовать в диапазоне изменения проницаемости

$$10^{-19}\text{м}^2 \ll k \ll 10^{-10}\text{м}^2,$$

что соответствует проницаемости большинства природных пластов.

Пусть пористый пласт постоянной толщины является строго горизонтальным и занимает полупространство  $x > 0$ . Положим, что кровля и подошва пласта непроницаемы. В этом случае можно положить, что при фильтрации флюида траектории всех частиц параллельны, а

скорости фильтрации во всех точках любого поперечного сечения равны друг другу [34]. Тогда задачу можно рассматривать в плоскопараллельной постановке, а система уравнений (3.1) – (3.3) с учетом приведенных оценок перепишется в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{g(i)}\phi S_{g(i)} + G_{(i)}\rho_{h(i)}\phi S_{h(i)}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{g(i)}\phi S_{g(i)}v_{g(i)}) = 0, \quad (i = 1, 2),$$

$$\phi S_{g(i)}v_{g(i)} = -\frac{k_{g(i)}}{\mu_{g(i)}}\frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3.4)$$

$$\rho_c \frac{\partial T}{\partial t} + \phi c_{g(i)} S_{g(i)} v_{g(i)} \rho_{g(i)} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right).$$

Начальное и граничное условия запишем следующим образом:

$$t = 0, x > 0 : T = T_0, p = p_0,$$

$$S_{h(2)} = S_{h(2)0}, S_{g(2)} = 1 - S_{h(2)0},$$

$$t > 0, x = 0 : T = T_w, p = p_w.$$

Зависимость коэффициента фазовой проницаемости  $k_{g(i)}$  от газонасыщенности  $S_{g(i)}$  и абсолютной проницаемости пласта  $k$  можно задать на основе формулы Козени

$$k_{g(i)} = k S_{g(i)}^3 \quad (i = 1, 2).$$

Для газовой фазы примем уравнение Клапейрона

$$p = \rho_{g(i)} R_{g(i)} T \quad (i = 1, 2),$$

где  $R_{g(i)} = R_{(i)}^0 z_{(i)}$  — газовая постоянная. Отклонение от совершенного газа можно учитывать с помощью коэффициентов сжимаемости  $z_{(i)}$  ( $i=1,2$ ), задавая их зависимости от давления и температуры. Проведенные оценки показывают, что изменения газовой постоянной  $\Delta R_{g(i)}$  малы по сравнению с  $R_{g(i)}$ , поэтому положим, что  $R_{g(i)} = \text{const}$ .

На линии трехфазного равновесия «газ–вода–гидрат» значения температуры и давления связаны соотношением [36]

$$p = p_{s0} \exp\left(\frac{T - T_0}{T_*}\right),$$

где  $p_{s0}$  — равновесное давление, соответствующее температуре  $T_0$ ,  $T_*$  — эмпирический параметр, зависящий от вида газового гидрата.

С учетом приведенных оценок условия баланса массы углекислого газа и метана на границе между ближней и дальней областями имеют вид:

$$\phi S_{g(i)} \rho_{g(i)} \left( v_{g(i)} - \dot{x}_s \right) = \phi S_{h(i)} \rho_{h(i)} G_{(i)} \dot{x}_s \quad (i = 1, 2), \quad (3.5)$$

где  $\dot{x}_s$  — скорость движения границы фазовых переходов. Здесь и далее нижний индекс  $s$  относится к параметрам на границе между ближней и дальней зонами.

Температура и давление на границе между областями полагаются непрерывными:

$$p_s^- = p_s^+ = p_s, \quad T_s^- = T_s^+ = T_s,$$

где знак « $-$ » соответствует параметрам до фронта фазовых переходов, « $+$ » — после.

На базе уравнений (3.5) и закона Дарси условия баланса массы и тепла на границе между ближней (верхний индекс  $nr$ ) и дальней (верхний индекс  $fr$ ) зонами можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\frac{k_{g(1)}}{\phi \mu_{g(1)}} \frac{\partial p^{nr}}{\partial x} &= \left( S_{g(1)} + \frac{\rho_{h(1)}}{\rho_{g(1)}} S_{h(1)} G_{(1)} \right) \dot{x}_s, \\ -\frac{k_{g(2)}}{\phi \mu_{g(2)}} \frac{\partial p^{nr}}{\partial x} &= \left( S_{g(2)} + \frac{\rho_{h(2)}}{\rho_{g(2)}} S_{h(2)} G_{(2)} \right) \dot{x}_s, \\ S_{h(1)} \rho_{h(1)} (1 - G_{(1)}) \dot{x}_s &= S_{h(2)} \rho_{h(2)} (1 - G_{(2)}) \dot{x}_s, \\ \lambda^{nr} \frac{\partial T^{nr}}{\partial x} - \lambda^{fr} \frac{\partial T^{fr}}{\partial x} &= \phi \left( S_{h(1)} \rho_{h(1)} L_{(1)} - S_{h(2)} \rho_{h(2)} L_{(2)} \right) \dot{x}_s. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Третье уравнение системы (3.6) представляет собой условие баланса массы воды, связанной в газовом гидрате.

На основе соотношений (3.6) можно найти координату фронта вытеснения  $x_s$  и значения давления  $p_s$  и температуры  $T_s$  на этой границе.

Гидратонасыщенность пласта в дальней области равна исходной, т.е.  $S_{h(2)0}$ . Тогда на основе условия баланса массы воды можно определить значение насыщенности гидратом ближней области:

$$S_{h(1)} = \frac{S_{h(2)0}\rho_{h(2)}(1 - G_{(2)})}{\rho_{h(1)}(1 - G_{(1)})}.$$

Получим дифференциальные уравнения для давления и температуры (уравнения пьезо- и температуропроводности). Для этого выразим плотность газа из уравнения Клайперона:  $\rho_{g(i)} = p/R_{g(i)}T$  ( $i = 1; 2$ ), и подставим в первое и третье уравнения системы (3.4). При этом учтем, что, если характерные перепады температуры  $\Delta T$  в области фильтрации небольшие (например, при  $\Delta T \ll T_0$ ), то в уравнении пьезопроводности, которое следует из уравнения неразрывности и уравнения Клапейрона, слагаемое за счет переменности температуры несущественно. Тогда систему уравнений (3.4) после преобразований можно представить следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t}(p^j)^2 = X^j \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x}(p^j)^2 \right) \quad (j = nr, fr), \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial T^j}{\partial t} = \chi^j \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T^j}{\partial x} \right) + \chi^j P e^j \frac{\partial T^j}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x}(p^j)^2 \quad (j = nr, fr), \quad (3.8)$$

где

$$X^{nr} = \frac{k_{g(1)}p^{nr}}{\phi\mu_{g(1)}(1 - S_{h(1)})}, \quad X^{fr} = \frac{k_{g(2)}p^{fr}}{\phi\mu_{g(2)}(1 - S_{h(2)})},$$

$$Pe^{nr} = \frac{\rho_{g(1)} c_{g(1)} k_{g(1)}}{2\lambda^{nr} \mu_{g(1)} p^{nr}},$$

$$Pe^{fr} = \frac{\rho_{g(2)} c_{g(2)} k_{g(2)}}{2\lambda^{fr} \mu_{g(2)} p^{fr}}, \quad \chi^j = \frac{\lambda^j}{(\rho c)^j} \quad (j = nr, fr).$$

Система уравнений (3.7), (3.8) с учетом начального и граничного условий, а также заданных соотношений на границе между ближней и дальней областями, является замкнутой и позволяет определить в различные моменты времени распределения основных параметров по длине пласта для процесса нагнетания углекислого газа в пористую среду, насыщенную в исходном состоянии метаном и его гидратом.

## 4 Моделирование конвективного перемешивания при хранении $CO_2$

В работе [42] описывается двумерная численная модель, которая была разработана для изучения диффузионного и конвективного перемешивания при геологическом хранении  $CO_2$ .

Если геологическое хранилище будет использоваться в больших масштабах, необходимо точное моделирование динамики закачанного  $CO_2$ . В одной из форм геологического хранения  $CO_2$  закачивается в водоносный горизонт, который имеет герметизирующую крышу. Диффузия  $CO_2$  в нижележащие пластовые воды увеличивает плотность воды в верхней части водоносного горизонта, переводя систему в гидродинамически нестабильное состояние. Неустойчивости могут возникать из-за комбинации нестабильного профиля плотности и внутренних возмущений внутри системы, например неоднородности

пласта. Эта нестабильность вызывает конвективное перемешивание и значительно ускоряет растворение  $CO_2$  в водоносном горизонте.

В работе исследуется влияние различных параметров пласта. Результаты показывают, что есть две разные шкалы времени. Первый временной масштаб – это время начала нестабильности, а второй – время достижения окончательного растворения. В зависимости от числа Рэлея системы и неоднородности пласта, конвективное перемешивание может значительно ускорить растворение  $CO_2$  в водоносном горизонте. Были изучены две задачи масштаба поля. В первом случае, основанном на водоносном горизонте Nisku, более 60 % окончательного растворения было достигнуто через 800 лет, в то время как расчетный масштаб времени растворения в том же водоносном горизонте в отсутствие конвекции был на несколько порядков больше. В случае водоносного горизонта глауконитового песчаника конвективная неустойчивость отсутствовала. Результаты показывают, что наличие и величина конвективной нестабильности должны играть важную роль при выборе водоносных горизонтов для хранения  $CO_2$ .

Основные уравнения потока с плотностью в насыщенных пористых средах выводятся из законов сохранения массы и количества движения. Рассматривая двумерный гравитационный поток жидкости, результирующие уравнения из законов сохранения будут уравнениями потока жидкости и массопереноса. Определяющие уравнения представляют собой набор нелинейных уравнений в частных производных, связанных через зависимость вязкости и плотности от концентрации растворенного вещества

$$\nabla \cdot \vec{v}^c = 0,$$



$$\vec{v}^c = -\frac{k}{\mu}[\nabla p - \rho g \nabla z],$$

$$\phi \frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot [D \nabla C - C \vec{v}^c],$$

где  $z$  – вертикальное расстояние и положительно вниз,  $\vec{v}^c$  – однофазная скорость Дарси,  $k$  – проницаемость,  $C$  – концентрация вторгающегося компонента (например,  $CO_2$ ),  $\rho$  – плотность смеси,  $\mu$  – вязкость смеси,  $D$  – эффективный коэффициент молекулярной диффузии,  $p$  – давление,  $g$  – гравитационная постоянная,  $t$  – время,  $\phi$  – пористость. Проницаемость и пористость могут быть функциями пространства. Плотность и вязкость смеси зависят от концентрации.

Рассматриваются три варианта начально краевых задач, представленных на рис. 4.1 – 4.3.

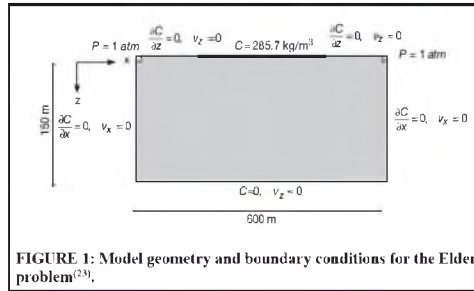


Рисунок 4.1: Геометрия модели и граничные условия для задачи

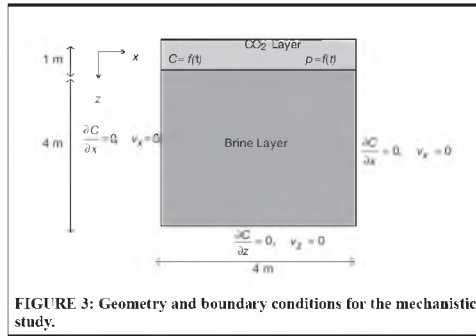


Рисунок 4.2: Геометрия и граничные условия для механистического исследования

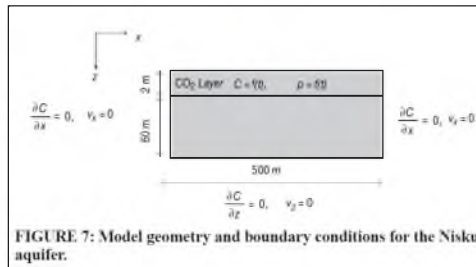


Рисунок 4.3: Геометрия модели и граничные условия для водоносного горизонта

## 5 Конвективное растворение диоксида углерода в закрытой пористой среде в условиях высокого давления реального газа

Использование растворимости – один из основных механизмов улавливания при геологическом хранении диоксида углерода ( $CO_2$ ), который является одним из многообещающих средств сокращения выбросов парниковых газов в атмосферу [38], [39]. После закачки  $CO_2$  в глубокие геологические хранилища, например, в резервуары или солевые водоносные горизонты, он образует менее плотную фазу, богатую  $CO_2$  и накапливающуюся в верхней части более плотного рассола и ниже покрывающей породы с низкой проницаемостью. В этой двухслойной конфигурации  $CO_2$  растворяется в рассоле и образует диффузионный пограничный слой под границей раздела  $CO_2$  – рассол. Поскольку полученный раствор более плотный, чем находящийся под ним рассол, конвекция может возникать под действием силы тяжести, когда диффузионный пограничный слой достаточно толстый [40], [41], [42], [43], [44]. Этот процесс может значительно увеличить объем растворения, уменьшить возможную утечку и способствовать безопасному долгосрочному хранению [45], [46].

Рассмотрим двумерную изотропную и однородную пористую среду, содержащую газ над водой (рис. 5.1). Мы пренебрегаем капиллярными силами, так что фазы с учетом плавучести разделены резкой границей раздела при  $z_0^* = 0$  [47], [48]. В газовой фазе (т. е.  $0 < z^* < H_g$ ) предполагается, что газ  $CO_2$  является идеальным газом,

$$P_g^* V_g^* = n_g Z R T, \quad (5.1)$$

где  $P_g^*$  – давление газа,  $V_g^*$  – объем газа,  $n_g$  – количество газа в молях,  $Z$  – коэффициент сжимаемости газа,

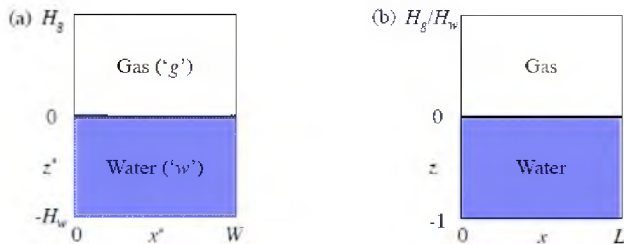


Рисунок 5.1: Схема двумерной ячейки спада давления. (a) Размерная область имеет высоты  $H_g$  и  $H_w$  для газовой и водной фаз, соответственно, и ширину  $W$ ; (b) безразмерная область имеет отношение  $L = W/H_w$  для водной фазы.

характеризующий степень отклонения от поведения идеального газа [49],  $R$  – универсальная газовая постоянная, а  $T$  – абсолютная температура. На границе раздела газ-вода локальное равновесие между газом и растворенным водным  $CO_2$  определяется законом Генри

$$C_s^* = K_h P_g^*, \quad (5.2)$$

где  $C_s^*$  – концентрация растворенного газа (или концентрация  $CO_2$  на границе раздела), а  $K_h$  – константа растворимости по закону Генри. В предыдущем исследовании при низком давлении [50] газ считался идеальным, поэтому  $Z \equiv 1$  и  $K_h$  постоянны (в изотермических условиях). Однако для условий реального газа с высоким давлением, величины  $Z$  и  $K_h$  зависят от давления, то есть  $Z = Z(P_g^*)$  и  $K_h = K_h(P_g^*)$ . Следовательно, уравнение (5.2) дает  $C_s^* = K_h(P_g^*)P_g^*$ . Более того, при моделировании конвекции изменение объема воды из-за растворения  $CO_2$  пренебрежимо мало при определенных условиях давления (примерно 3.5 % для фиксированного  $P_g^* = 12$

МПа), поэтому предполагается, что граница раздела всегда локализована при  $z^* = 0$  в закрытых системах [50].

В жидкой фазе (т.е.  $-H_w < z^* < 0$ ) течение несжимаемо и подчиняется закону Дарси

$$\nabla^* \cdot u_w^* = 0,$$

$$u_w^* = -\frac{k}{\mu\phi}(\nabla^* P_w^* + \rho_w^* g e_{z^*}),$$

где  $u_w^* = (u^*, w^*)$  – усредненная по объему скорость,  $k$  – проницаемость среды,  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости,  $\phi$  – пористость,  $P_w^*$  – давление в водной фазе,  $g$  – ускорение свободного падения, а  $e_{z^*}$  – единичный вектор в направлении  $z$ . Предполагается, что плотность раствора "CO<sub>2</sub> – вода"  $\rho_w^*$  является линейной функцией концентрации

$$\rho_w^* = \rho_0^* + \Delta\rho_0^* \frac{C_w^*}{C_{s,0}^*},$$

где  $\rho_0^*$  – плотность пресной воды,  $C_w^*$  – концентрация растворенного CO<sub>2</sub> в воде, и  $\Delta\rho_0^*$  и  $C_{s,0}^*$  – соответственно разница плотностей между пресной и насыщенной водой, и концентрация CO<sub>2</sub> в насыщенной воде при начальном давлении газа  $P_{g,0}^*$ . В этой работе  $\Delta\rho_0^*$  моделируется с использованием квадратичной функции  $P_g^*$ , описанной в [50].

Процесс переноса концентрации в жидкой фазе определяется следующим уравнением адвекции – диффузии

$$\frac{\partial C_w^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (u_w^* C_w^*) = D \nabla^{*2} C_w^*,$$

где  $D$  – коэффициент диффузии,  $D \approx 3.37 \times 10^{-9} \text{ m}^2 / \text{s}$  для  $\phi \approx 0.4$  при  $T = 323.15\text{K} (50^\circ\text{C})$ .

Изначально вода не содержит растворенного газа,

$$C_w^* |_{z^*=0} = 0 \quad \text{при} \quad -1 < z^* < 0.$$

Для граничных условий жидкой фазы верхняя граница (т.е. граница раздела  $CO_2$  – вода при  $z = 0$ ) определяется локальным равновесием с газом и непроницаема для жидкости; а нижняя граница непроницаема для растворенных веществ и жидкости:

$$C_w^* |_{z^*=0} = C_s^*(t^*), \quad w^* |_{z^*=0} = 0,$$

$$\frac{\partial C_w^*}{\partial z^*} |_{z^*=-H_w} = 0, \quad w^* |_{z^*=-H_w} = 0.$$

Все поля удовлетворяют условию  $W$  – периодичности в направлении  $x^*$ . В закрытой системе уравнение баланса масс для газовой и жидкой фаз имеет вид

$$\frac{dn_g}{dt} = -AF^*, \quad (5.3)$$

где площадь границы раздела  $A = W$  в  $2D$ -системе, а молярный поток из газа в воду  $F^*$  можно оценить как

$$F^* = D \frac{\partial \bar{C}_w^*}{\partial z^*} |_{z^*=0} = \frac{D}{W} \int_0^W \frac{\partial C_w^*}{\partial z^*} |_{z^*=0} dx^*, \quad (5.4)$$

где  $\bar{\cdot}$  обозначает горизонтальное среднее значение, как определено выше.

В этом исследовании мы моделируем  $Z$  и  $C_s^*$  с корреляциями, разработанными на основе ранее опубликованных данных о фазовом равновесии (NIST) партии, а именно, для фиксированной температуры  $T$ ,

$$Z = z_1 P_g^{*2} + z_2 P_g^* + 1 \quad \text{и} \quad C_s^* = K_h P_g^* = (k_1 P_g^* + k_2) P_g^*, \quad (5.5)$$

где  $z_1 = -0.00159 \text{ MPa}^{-2}$ ,  $z_2 = -0.0361 \text{ MPa}^{-1}$ ,  $k_1 = -6.916 \text{ mol m}^{-3} \text{ MPa}^{-2}$  и  $k_2 = 178.140 \text{ mol m}^{-3} \text{ MPa}^{-1}$  при  $T = 323.15 \text{ K}$ .

Из уравнений (5.1) и (5.3) – (5.6) имеем

$$\frac{dP_g^*}{dt^*} = - \frac{(z_1 P_g^{*2} + z_2 P_g^*)^2 RTAD}{V_g^*} \frac{1}{1 - z_1 P_g^{*2}} \frac{\partial \bar{C}_w^*}{\partial z^*} \Big|_{z^*=0} \cdot \quad (5.6)$$

## 6 Поромеханическое моделирование секвестрации $CO_2$ на разрабатываемых газовых месторождениях

В последнее время секвестрация  $CO_2$  привлекла большое внимание как метод снижения выбросов парниковых газов в атмосферу. Механизмы улавливания большого количества  $CO_2$  включают растворение в океанах, сорбцию растительностью и геологическое связывание. Последнее может быть реализовано в истощенных газовых/нефтяных месторождениях, водоносных горизонтах солевых вод или неразработанных угольных пластах. В частности, размещение в эксплуатируемых газовых / нефтяных месторождениях дает несколько преимуществ, поскольку инфраструктура закачки и геологическая информация уже существуют. Более того, все резервуары ограничены непроницаемым покровом, который служит барьером против восходящей миграции  $CO_2$ .

Вопросы, связанные с геологической секвестрацией  $CO_2$ , обсуждались более десяти лет с упором в основном на гидродинамику и геохимию процесса, например [51, 52, 53]. В отличие от этого, относительно небольшое количество работ посвящено компьютерным и механическим аспектам, связанным с хранением  $CO_2$ , например,

[54, 55].

В проекте по улавливанию  $CO_2$  должны быть рассмотрены три основных поромеханических проблемы: 1 – прогнозирование движения грунта и соответствующего воздействия на окружающую среду и наземную инфраструктуру; 2 – оценка напряженного состояния, создаваемого в пласте-коллекторе с возможным образованием трещин; 3 – анализ риска активации существующих неисправностей.

В работе [58] исследуется гипотетическая секвестрация  $CO_2$  на истощенном газовом месторождении. Коллектор закопан на глубине 1500 м с переменной толщиной от 90 до 120 м. Закачка  $CO_2$  происходит с такой скоростью, что конечное поровое давление превышает исходное на 40 % за 100 лет. Напряженное состояние бассейна Северной Адриатики [56] реализовано в поромеханической модели конечных элементов (FE) с критерием Мора–Кулона, используемым для элементов интерфейса (IE), представляющих разломы [57]. Поведение геомеханического поля моделируется с момента начала добычи газа, включая прогноз проседания грунта, ожидаемого в конце разработки месторождения. Статья завершается рядом замечаний, касающихся общей безопасности имитации секвестрации  $CO_2$ .

## **7 Сопряженная модель потока и геомеханика для закачки и хранения $CO_2$**

В работе [59] особое внимание уделяется хранению  $CO_2$  в краткосрочной перспективе, поэтому единственная химическая реакция, которая будет рассматриваться, это растворение  $CO_2$  в воде резервуара. В этой статье представлена элементарная гидротермохимическая структурная модель.



Почти весь добываемый углеводород используется и будет использоваться в качестве топлива и, следовательно, производить  $CO_2$ , что в конечном итоге будет выпущено в атмосферу. С этой точки зрения, план долгосрочного хранения  $CO_2$  является хорошей и устойчивой идеей для уменьшения воздействия выбросов  $CO_2$  на климат. Одна из самых многообещающих идей – закачка  $CO_2$  в резервуар, где он остается неопределенно долго. Хорошими потенциальными геологическими образованиями для хранения уловленного  $CO_2$  являются истощенные и неиспользуемые нефтяные и газовые месторождения, глубокие соленые водоносные горизонты и глубокие неразработанные угольные пласты [60].

Один из идеальных сценариев – закачка  $CO_2$  в проницаемый водоносный горизонт под очень низкопроницаемым покровом. Когда закачиваемый  $CO_2$  растворяется в воде из резервуара, увеличивая плотность, вода из резервуара не протекает, поэтому вода с растворенным  $CO_2$  тоже не протекает. В течение сотен и тысяч лет закачанный  $CO_2$  будет реагировать с образованием карбонатов и выпадать в осадок, и это самый безопасный механизм хранения  $CO_2$ . Однако миграция  $CO_2$  за пределы естественных изоляторов резервуаров может стать проблематичной, поэтому определение способов улучшения естественных изоляторов может помочь в использовании этой методологии связывания.

Основными типами механизмов хранения  $CO_2$  в породах – коллекторах являются [60]: (1) Структурное и стратиграфическое улавливание: миграция  $CO_2$  блокируется непроницаемой покрывающей породой. (2) Улавливание остаточного насыщения: капиллярные силы и адсорбция на поверхности минеральных зерен в матрице породы фиксируют (остаточные) части закачанного  $CO_2$ . (3) Улавливание растворимости:  $CO_2$  растворяется

и остается в пластовой воде. (4) Улавливание минералов: растворенный  $CO_2$  образует угольную кислоту, которая растворяет окружающий минерал и вступает в реакцию с образованием твердых карбонатов.

При оценке емкости хранения  $CO_2$  необходимо учитывать временные рамки, в которых работают эти процессы. Реакции улавливания минералов, которые вызывают осаждение карбонатов, будут играть незначительную роль в создании дополнительного пространства во время закачки  $CO_2$ , потому что они действуют слишком медленно. Кинетика захвата минералов настолько медленная, что они будут иметь значительный эффект только в течение сотен и тысяч лет. На практике улавливание минералов обычно можно игнорировать как важный механизм хранения в столетнем масштабе. Остальные три механизма необходимо принимать во внимание при любом анализе хранения  $CO_2$ .

Риск утечки является самым большим на этапе закачки, поскольку закачка определяет, как  $CO_2$  распределяется в пласте, который может быть перфорирован скважинами, разломами, трещинами, зонами разломов и т. д. На этом этапе основными путями утечки являются разрушение уплотняющих образований (механических и / или химических) в скважинах или рядом с ними и других искусственных путях и каналах для жидкости: (1) Скважины могут быть повреждены из-за химической реакции, например, разрушения цемента, эрозии и коррозии корпуса. (2) Кроме того, поровое давление флюида из-за закачки может вызвать разрушение в уже существующих разломах и даже вызвать новые разломы или разломы в неповрежденной породе коллектора. Кроме того, хрупкая деформация в коллекторе, вызванная закачкой, может создать проницаемость трещин и резко увеличить эффективную проницаемость в этой области.

## 8 Моделирование фильтрации при подземном захоронении углекислого газа с применением высокопроизводительных вычислительных систем

В работе [61] рассмотрена задача закачки углекислого газа в водонасыщенный проницаемый пласт. Методами прямого численного моделирования определена граница области, занимаемой  $CO_2$  в пласте при различных параметрах нагнетания. Проведено сравнение результатов трёхмерных расчётов по полной модели фильтрации с приближённым автомодельным решением задачи. Установлены условия применимости автомодельной асимптотики. Исследована производительность вычислений и дана оценка эффективности распараллеливания алгоритмов численного моделирования.

Для описания течений в пористой среде, связанных с закачкой углекислого газа в водонасыщенный пласт, используется математическая модель фильтрации бинарной смеси  $CO_2 - H_2O$  [62, 63], которая применима к одно-, двух- и трёхфазным течениям сжиженного и газообразного  $CO_2$  и пластовой воды. В настоящей работе исследуются только закритические термодинамические условия для  $CO_2$  [62, 64], при которых возможна лишь одна фаза сверхкритического  $CO_2$ , поэтому уравнения модели формулируются для одно- и двухфазных течений, а трёхфазные течения не рассматриваются.

Предполагается, что различные компоненты бинарной смеси формируют несмешивающиеся друг с другом различные фазы. Первая фаза газовая —  $CO_2$  в закритическом состоянии, а вторая фаза жидкая —  $H_2O$ . В данном случае система законов сохранения, описывающих фильтрацию, принимает вид [62, 65, 66]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_1s_1) + \operatorname{div}(\rho_1\mathbf{w}_1) = 0, \quad (8.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_2s_2) + \operatorname{div}(\rho_2\mathbf{w}_2) = 0, \quad (8.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\phi\sum_{i=1}^2\rho_ie_is_i + (1-\phi)\rho_re_r) + \\ & + \operatorname{div}(\sum_{i=1}^2\rho_ih_i\mathbf{w}_i - \lambda_m\operatorname{grad}T) = 0, \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$s_1 + s_2 = 1, \quad \lambda_m = \phi\sum_{i=1}^2s_i\lambda_i + (1-\phi)\lambda_r, \quad (8.4)$$

$$\mathbf{w}_i = -K\frac{f_i}{\mu_i}(\operatorname{grad}P - \rho_i\mathbf{g}), \quad (i = 1, 2). \quad (8.5)$$

Здесь индекс  $i$  обозначает параметры фаз — углекислого газа ( $i = 1$ ) и воды ( $i = 2$ ), а индекс  $r$  — параметры материала породы;  $\phi$  — пористость породы;  $s$  — насыщенность фаз;  $\rho$  — плотность;  $e$  — внутренняя энергия,  $h$  — энтальпия;  $\mathbf{w}$  — скорость фильтрации;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности породы ( $\lambda_r$ ) и эффективный в пласте ( $\lambda_m$ );  $T$  — пластовая температура;  $K$  — проницаемость породы;  $f$  — относительная фазовая проницаемость;  $\mu$  — вязкость;  $P$  — пластовое давление;  $\mathbf{g}$  — вектор ускорения свободного падения. Уравнения (8.1), (8.2) и (8.3) — это законы сохранения массы  $CO_2$ , массы воды и энергии соответственно, (8.5) — многофазный закон фильтрации Дарси.

Теплофизические свойства  $CO_2$  задаются в виде:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_1(P, h_1), & T &= T(P, h_1), \\ \mu_1 &= \mu_1(P, h_1), & \lambda_1 &= \lambda_1(P, h_1), \end{aligned} \quad (8.6)$$

где  $h_1$  — энтальпия  $CO_2$ , а функции (8.6) — полиномиальные сплайны, рассчитываемые по кубическому уравнению состояния  $CO_2$  [62].

Свойства воды определяются линейными соотношениями [67, 68]:

$$\begin{aligned} \rho_2(P, T) &= \rho_{2(0)}(1 + \alpha(P - P_0) - \beta(T - T_0)), \\ h_2 &= C_2T, \quad \mu_2, \lambda_2 = const. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Здесь  $\rho_{2(0)}$  — плотность при опорных значениях давления и температуры  $P = P_0, T = T_0$ ;  $\alpha$  — коэффициент сжимаемости;  $\beta$  — коэффициент теплового расширения;  $C_2$  — теплоёмкость при постоянном давлении.

Во многих случаях захоронения углекислый газ находится при околокритических условиях, и его термодинамические параметры изменяются сложным нелинейным образом [62, 64, 69]. Такое их поведение не может быть описано простыми соотношениями, например типа (8.7), и требует привлечения более сложных, вообще говоря, итерационных методов расчёта [62], которые и используются в настоящей работе. При этом выбор в (8.6) энтальпии  $h_1$  в качестве независимой переменной позволяет избежать математических особенностей в критической точке  $CO_2$  [70]. При подземном захоронении вода находится при существенно докритических условиях, поэтому для описания её теплофизических свойств применяются более простые уравнения состояния — (8.7).

Теплофизические свойства материала породы принимаются в виде

$$e_r = C_rT, \quad (\rho_r, \lambda_r) = const, \quad (8.8)$$

где  $C_r$  — теплоёмкость породы.

Относительные фазовые проницаемости являются функциями насыщенности жидкой фазы, то есть воды  $s_2$  [71]

$$f_1 = (1 - s_2^2)(1 - s_2)^2, \quad f_2 = s_2^4. \quad (8.9)$$

Подставляя уравнения (8.5) – (8.9) в (8.1) – (8.3) и учитывая термодинамическое соотношение  $h_i = e_i + p/\rho_i$ , можно получить замкнутую систему трёх уравнений относительно неизвестных  $P, h_1, s_2$ .

## 9 Влияние закачки $CO_2$ на геомеханические и фильтрационные свойства богатых кальцитом коллекторов

В работе [72] смоделирована закачка  $CO_2$  в карбонатный коллектор и исследовано влияние изменений свойств породы, вызванных геохимическими реакциями. Рассмотрена связанная гидромеханическую задача, которая подразумевает одновременное решение сохранения массы каждой фазы и баланса импульса. Сохранение массы каждой фазы без учета диффузионной составляющей выражается следующим образом [73]:

$$\frac{\partial \phi S_\alpha \rho_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha \mathbf{q}_\alpha) = 0, \quad \alpha = c, w.$$

где  $\phi$  – пористость,  $S_\alpha$  – насыщение  $\alpha$ -фазы,  $\rho_\alpha$  – плотность  $\alpha$  – фазы,  $t$  – время,  $q_\alpha$  – объемный поток,  $r_\alpha$  – член фазового перехода, и  $\alpha$  представляет собой фазу, богатую  $CO_2$  –  $c$ , или водную фазу –  $w$ . Здесь не учитывается испарение воды в  $CO_2$ , т.е.  $r_w = 0$ . Свойства жидкости, то есть плотность и вязкость, зависят как от давления, так и от температуры.

Объемный поток определяется законом Дарси

$$\mathbf{q}_\alpha = -\frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla p_\alpha + \rho_\alpha g \nabla z), \quad \alpha = c, w,$$

где  $k$  – собственная проницаемость,  $k_{r\alpha}$  – относительная проницаемость  $\alpha$ -фазы,  $\mu_\alpha$  – вязкость,  $p_\alpha$  – давление,  $g$  – сила тяжести, а  $z$  – вертикальная координата, направленная вверх.

Степень насыщения зависит от капиллярного давления. Принимается модель van Genuchten [74], в которой

$$S_e = \left( 1 + \left( \frac{p_c}{p_0} \right)^{1/(1-m)} \right)^{-m},$$

где  $p_c$  – капиллярное давление,  $p_0$  – давление на входе,  $m$  – параметр формы и

$$S_e = \frac{S_l - S_{rl}}{S_{max} - S_{rl}},$$

где  $S_l$  – насыщение жидкостью,  $S_{rl}$  – остаточное насыщение жидкостью, а  $S_{max}$  – максимальное насыщение жидкостью.

Для механической задачи, если предположить, что инерционные члены пренебрежимо малы, баланс импульса пористой среды сводится к равновесию напряжений

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0,$$

где  $\sigma$  – тензор полных напряжений,  $b$  – вектор объемных сил.

Предполагается, что среда ведет себя хрупким образом, ее устойчивость оценивается с помощью критерия разрушения Мора-Кулона

$$\tau = c' + \sigma'_n \tan \phi',$$

где  $\tau$  – напряжение сдвига,  $\sigma'_n$  – нормальное эффективное напряжение,  $c'$  – сцепление, а  $\phi'$  – угол трения.

Рассмотрен карбонатный коллектор мощностью 100 м, который перекрывается и подстилается низкопроницае-

мым пластом мощностью 50 м (рис. 9.1). Кровля водоема находится на высоте 1500 м,  $CO_2$  закачивается через вертикальную скважину, поэтому модель является осесимметричной. Скорость закачки – 0.25 млн. т/год, закачка – 3 года. Модель вытянута в радиальном направлении на 5 км. На внешней границе создается постоянное давление, равное гидростатическому. На боковой и нижней границах не возникает смещения перпендикулярно границе, а на верхней границе накладывается постоянное давление, перекрывающее толщу, равное 36.25 МПа. Рассмотрен режим нормального напряжения разлома с вертикальным напряжением после литостатического напряжения 25 МПа / км и полными горизонтальными напряжениями, равными 0.65 от общего вертикального напряжения. Модель предполагается изотермической с температурой 60 °С, что соответствует температуре поверхности 10.5 °С и геотермическому градиенту 33 °С/км.

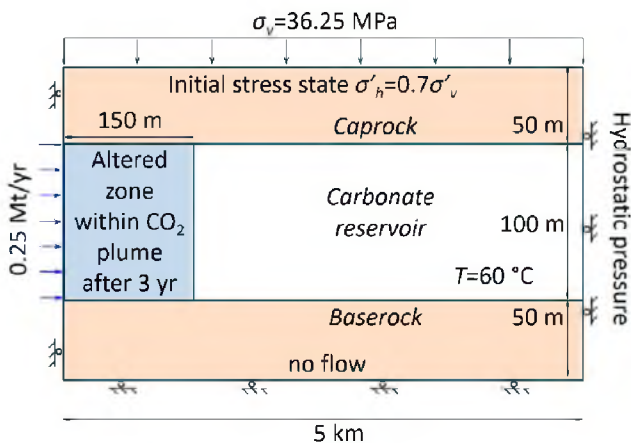


Рисунок 9.1: Схематическое изображение геометрии модели, граничных и начальных условий.

Свойства материала были измерены в лаборатории. В



то время как свойства коллектора (апулийский известняк) измеряются в этом исследовании, свойства покрывающих пород (опалиновая глина – юрские сланцы из Швейцарии) были измерены в предыдущих исследованиях. Из-за проницаемости по шкале нанодарси предполагается, что отклик покрывающего пласта недренирован во время закачки [75, 76]. Учитывая относительно низкую проницаемость коллектора ( $10^{-15}$  м<sup>2</sup>), во время фазы закачки преобладают силы вязкости, что приводит к пробковому продвижению шлейфа  $CO_2$  [76, 77]. После трехлетнего периода закачки шлейф  $CO_2$  достиг радиуса 150 м. Чтобы оценить влияние изменений свойств на геомеханический отклик породы, использовались две модели, в одной из которых весь пласт имел свойства нетронутого материала, а в другой – цилиндр радиусом 150 м вокруг нагнетательной скважины имел свойства измененного материала в результате его взаимодействия с  $CO_2$ . Для моделирования этой гидромеханической задачи, использовался числовой код полностью связанных конечных элементов CODE BRIGHT [78], который был расширен для применения к закачке  $CO_2$  [79].

В лабораторных условиях измерено влияние геохимических реакций, вызванных закачкой  $CO_2$ , на гидравлические и геомеханические свойства водонасыщенного апулийского известняка (калькаренита) и оценили последствия этих изменений свойств в полевом масштабе с помощью численного моделирования. Взаимодействие  $CO_2$ –порода вызывает растворение кальцита там, где происходит закачка  $CO_2$ , то есть перед образцами, но приводит к осаждению карбоната ниже по потоку, который считается недренированным. Такая картина растворения / осаждения привела к небольшому снижению пористости, но уменьшению проницаемости в два раза. Кривые относительной проницаемости также были затронуты, особенно

для воды, которая изменилась с квадратичной на квазилинейную в зависимости от степени водонасыщенности. Обработка  $CO_2$  вызвала снижение жесткости и прочности известняка. Учет этих изменений свойств в численном моделировании в промышленном масштабе приводит к перераспределению напряжений в породе, измененной шлейфом  $CO_2$ . Это перераспределение напряжений снижает стабильность покрывающей породы по сравнению со случаем, когда считается, что свойства породы остаются неизменными из-за взаимодействия  $CO_2$  и породы.

## 10 Модель захоронения углекислого газа в вязкоупругой пористой среде

Рассматривается система уравнений, описывающая фильтрацию газа в вязкоупругой пористой среде [81, 82, 83, 84, 85]. С математической точки зрения рассматриваются уравнения для сохранения газообразной и твердой фаз, закон Дарси, реологическое соотношение для пористой среды и закон сохранения баланса сил

$$\frac{\partial \phi \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{v}_f \rho_f) = 0, \quad (10.1)$$

$$\frac{\partial \rho_s (1-\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot ((1-\phi) \vec{v}_s \rho_s) = 0,$$

$$\phi(\vec{v}_f - \vec{v}_s) = -k(\phi)(\nabla p_f - \rho_f \vec{g}), \quad (10.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{v}_s = -a_1(\phi)p_e - a_2(\phi)\left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \nabla p_e\right), \quad (10.3)$$

$$\nabla p_{tot} = \rho_{tot} \vec{g}. \quad (10.4)$$

Здесь  $\rho_f, \rho_s, \vec{v}_f, \vec{v}_s$  – соответственно истинные плотности и скорости газообразной и твердой фаз,  $\phi$  – пористость,  $p_f, p_s$  – соответственно давления газообразной и твердой фаз,  $p_e = p_{tot} - p_f$  – эффективное давление,  $p_{tot} = \phi p_f + (1 - \phi)p_s$  – общее давление,  $\rho_{tot} = \phi \rho_f + (1 - \phi)\rho_s$  – плотность двухфазной среды,  $\vec{g} = (0, -g)$  – вектор силы тяжести;  $k(\phi) = k\phi^n/\mu$  – коэффициент фильтрации,  $k$  – проницаемость пористой среды,  $\mu$  – динамическая вязкость газа;  $a_1(\phi) = \phi^m/\eta$  – коэффициент объемной вязкости,  $\eta$  – динамическая вязкость твердой фазы;  $a_2(\phi) = \phi^b\beta_\phi$  – коэффициент объемной сжимаемости,  $\beta_\phi$  – коэффициент сжимаемости пор;  $m \in [0, 2], b = 1/2, n = 3$  – параметры среды. Плотности газообразной и твердой фаз считаются постоянными. В данном исследовании газообразная фаза моделируется как жидкость и считается несжимаемой. Задача записана в эйлеровых координатах  $(x, y, t) \in Q_T$ . Особенностью рассматриваемой в данной работе модели является переменный характер пористости.

Близкие по структуре системы уравнений рассматривались в работах [86, 87, 88, 89, 90, 91, 92]. В работе [87] выполнено численное решение неизотермической фильтрации вязкой несжимаемой жидкости. В [88] для системы уравнений одномерного нестационарного движения жидкости в теплопроводной вязкой пористой среде доказана разрешимость начально–краевой задачи. Работа [89] посвящена численному исследованию одномерной изотермической задачи фильтрации жидкости.

Допуская предположение о неподвижности твердой фазы, конвективным слагаемым можно пренебречь ( $d/dt \sim \partial/\partial t$  [93]). Тогда система (10.1) – (10.4) сводится к следующим уравнениям для нахождения эффективного давления и пористости

$$\nabla \cdot (k(\phi)(\nabla p_e - \rho \vec{g})) = a_1(\phi)p_e + a_2(\phi) \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (10.5)$$

$$\frac{1}{1 - \phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -a_1(\phi)p_e - a_2(\phi) \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (10.6)$$

где  $\rho = (1 - \phi)\Delta \varrho$ ,  $\Delta \varrho = \rho_s - \rho_f$ .

Рассматривается область пористой среды глубиной и шириной  $H$  и  $L$  метров соответственно. Снизу происходит закачка углекислого газа ( $CO_2$ ) со скоростью  $v(t)$ . Область фильтрации представлена на рис. 10.1.

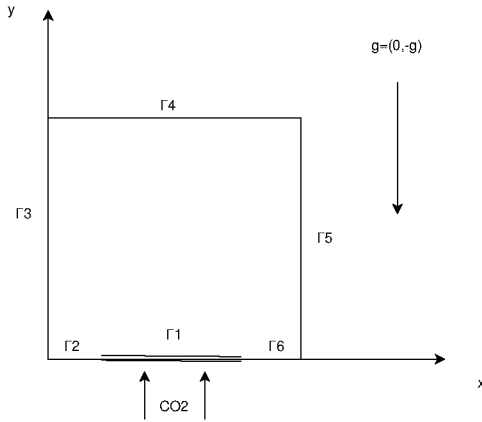


Рисунок 10.1: Область фильтрации

На  $\Gamma_4$  необходимо задать условия для  $p_s$  и  $p_f$ . Будет считать, что на  $\Gamma_4$   $p_f = p_a + \rho_f g(H - y)$  и  $p_s = p_a + \rho_s g(H - y)$  ( $p_a$  — атмосферное давление), и так как  $p_e = (1 - \phi)(p_s - p_f)$ , то условие для эффективного давления на  $\Gamma_4$  имеет вид  $p_e = (1 - \phi)\Delta \varrho g(H - y) = \rho g(H - y)$ . На боковых границах рассматриваемой области и снизу ( $\Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_2, \Gamma_6$ ) задаются условия непротекания для газа и

твердой фазы, на  $\Gamma_1$  задается условие притока углекислого газа. Краевые и начальные условия для уравнений (10.5) – (10.6) можно выписать следующим образом

$$\vec{v}_s \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{v}_f \cdot \vec{n} = v(t) : \Gamma_1,$$

$$\vec{v}_s \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{v}_f \cdot \vec{n} = 0 : \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_6,$$

$$p_e = g\rho(H - y) : \Gamma_4,$$

$$p_e^0(x, y, 0) = g\rho(H - y), \quad \phi(x, y, 0) = \phi^0(x, y),$$

где  $\vec{n}$  – вектор внешней единичной нормали на границе.

Используя закон Дарси (10.2), условия непротекания на  $\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_6$  и притока  $CO_2$  на  $\Gamma_1$  примут следующий вид:

$$(\nabla p_e - \rho \vec{g}) \cdot \vec{n} = 0 : \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_6,$$

$$\frac{k(\phi)}{\phi} (\nabla p_e - \rho \vec{g}) \cdot \vec{n} = v(t) : \Gamma_1.$$

Перейдем к безразмерным переменным  $x' = x/L$ ,  $y' = y/H$ ,  $t' = t/T$ ,  $p'_e = p_e/P$ ,  $v'_i = v_i/V$ ,  $i = s, f$ , следовательно, область изменения  $x', y', t'$  есть единичный отрезок  $[0, 1]$  и система уравнений (10.5) - (10.6) с краевыми условиями примут следующий вид (штрихи опущены)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi^n \frac{\partial p_e}{\partial x} \right) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi^n \left( \frac{\partial p_e}{\partial y} + (1 - \phi) \right) \right) = \\ = \lambda \phi^m p_e + \omega \phi^b \frac{\partial p_e}{\partial t}, \end{aligned} \quad (10.7)$$

$$\frac{1}{1-\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\lambda \phi^m p_e - \omega \phi^b \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (10.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi^{n-1} \frac{\partial p_e}{\partial y} + (1-\phi) = v(t) : \Gamma_1, \\ \frac{\partial p_e}{\partial x} = 0 : \Gamma_3, \Gamma_5, \\ \frac{\partial p_e}{\partial y} + (1-\phi) = 0 : \Gamma_2, \Gamma_6, \\ p_e = (1-\phi)(1-y) : \Gamma_4, \\ p_e^0(x, y) = (1-\phi)(1-y). \end{array} \right. \quad (10.9)$$

Масштабы давления и скорости и длины принимаются равными  $P = \Delta \rho g H$ ,  $V = \Delta \rho g k / \mu$ ,  $L = \sqrt{k T P / \mu}$  соответственно.  $\varepsilon = k P T / \mu H^2$ ,  $\lambda = T P / \eta$ ,  $\omega = \beta_\phi P$  – безразмерные параметры.

Начально – краевая задача (10.7) – (10.9) может быть решена численно. Для численной реализации уравнения (10.7) используется схема переменных направлений [94], и для уравнения (10.8) метод Рунге – Кутты второго порядка точности [95].

Алгоритм счета следующий: используя начальные значения для эффективного давления и пористости  $\phi^0(x, y)$ ,  $p_e^0(x, y)$  из уравнения (10.7) находим значение эффективного давления на следующем временном слое ( $p_e^1(x, y)$ ). Далее из (10.8) находим  $\phi^1(x, y)$ . Повторяем алгоритм для следующих шагов по времени.

# Заключение

В учебном пособии рассмотрены модели захоронения углекислого газа в геологических формациях. Большое внимание уделяется моделям двухфазной фильтрации, где пористость среды является постоянной. Даны постановки различных моделей, учитывающий как химию процесса так и наличие разной геометрии областей фильтрации. Последний раздел посвящен модели фильтрации газа в пороупругой среде, особенностью которой является переменный характер пористости.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2020-0008).

# Библиографический СПИСОК

1. Board O. S. et al. Negative emissions technologies and reliable sequestration: A research agenda. – National Academies Press, 2019.
2. Sanz-Perez E. S. et al. Direct capture of  $CO_2$  from ambient air //Chemical reviews. – 2016. – Vol. 116, No. 19. P. 11840–11876.
3. Benson S. M., Orr F. M. Carbon dioxide capture and storage //MRS bulletin. – 2008. – Vol. 33, No. 4. P. 303–305.
4. El-Amin M. F., Sun S., Salama A. Modeling and simulation of nanoparticle transport in multiphase flows in porous media:  $CO_2$  sequestration //Mathematical Methods in Fluid Dynamics and Simulation of Giant Oil and Gas Reservoirs. – OnePetro, 2012.
5. Bielski A. Numerical simulation of  $CO_2$  sequestration in geological formations. – Stuttgart University, 2006
6. Chen Z. Reservoir simulation: mathematical techniques in oil recovery: Society for Industrial Mathematics. 2007.



7. Theodoropoulou M. A. et al. Relative permeability and capillary pressure functions of porous media as related to the displacement growth pattern //International journal of multiphase flow. – 2005. – Vol. 31, No. 10-11. P. 1155–1180.
8. Hayek M., Mouche E., Mugler C. Modeling vertical stratification of CO<sub>2</sub> injected into a deep layered aquifer //Advances in Water Resources. – 2009. – Vol. 32, No. 3. P. 450–462.
9. Brooks RH, Corey AT. Hydraulic properties of porous media. Hydrology Papers, Colorado State University 1964.
10. Ju B., Fan T. Experimental study and mathematical model of nanoparticle transport in porous media //Powder technology. – 2009. – Vol. 192, No. 2. – P. 195–202.
11. Ju B. et al. A study of wettability and permeability change caused by adsorption of nanometer structured polysilicon on the surface of porous media //SPE Asia Pacific oil and gas conference and exhibition. – OnePetro, 2002.
12. Liu X., Civan F. Characterization and prediction of formation damage in two-phase flow systems //SPE Production Operations Symposium. – OnePetro, 1993.
13. Liu X., Civan F. A multiphase mud fluid infiltration and filter cake formation model //International Symposium on Oilfield Chemistry. – 1993. P. 607–621.
14. Liu X., Civan F. Formation damage and skin factor due to filter cake formation and fines migration in the near-wellbore region //SPE formation damage control symposium. – OnePetro, 1994.

15. Gruesbeck C., Collins R. E. Entrainment and deposition of fine particles in porous media //Society of Petroleum Engineers Journal. – 1982. – Vol. 22, No. 06. P. 847–856.
16. Qin J. S., Li A. F. Physics of Oil Reservoir: Publishing Company //UP C. – 2001.
17. Sun X., Nanchary N., Mohanty K. K. 1-D modeling of hydrate depressurization in porous media //Transport in Porous Media. – 2005. – Vol. 58, No. 3. P. 315–338.
18. Sun X., Mohanty K. K. Kinetic simulation of methane hydrate formation and dissociation in porous media //Chemical Engineering Science. – 2006. – Vol. 61, No. 11. P. 3476–3495.
19. Oldenburg C. M. Joule-Thomson cooling due to  $CO_2$  injection into natural gas reservoirs //Energy Conversion and Management. – 2007. – Vol. 48, №. 6. P. 1808–1815.
20. Mathias S. A. et al. Analytical solution for Joule–Thomson cooling during  $CO_2$  geo-sequestration in depleted oil and gas reservoirs //International Journal of Greenhouse Gas Control. – 2010. – Vol. 4, No. 5. P. 806–810.
21. Мусакаев Н. Г., Хасанов М. К. Математическая модель процесса захоронения углекислого газа в гидратонасыщенном пласте //Труды Института механики им. РР Мавлютова УНЦ РАН. – 2016. – N 2 (11). – С. 181–187.
22. Дучков А. Д. и др. Оценка возможности захоронения углекислого газа в криолитозоне Западной Сибири //Криосфера Земли. – 2009. – N 4 (13). – С. 62–68.

23. Чувилин Е. М., Гурьева О. М. Экспериментальное изучение образования гидратов  $CO_2$  в поровом пространстве промерзающих и мерзлых пород // Криосфера Земли. – 2009. – N 3 (13). – С. 70–79.
24. Ohgaki K., Takano K., Sangawa H., Sangawa H., Matsubara T., Nakano S. Methane Exploitation by Carbon Dioxide from Gas Hydrates - Phase Equilibria for  $CO_2 - CH_4$  Mixed Hydrate System // J. of Chemical Engineering of Japan. – 1996. – Vol. 29, No 3. P. 478-483.
25. Цыпкин Г.Г. Математическая модель инъекции углекислого газа в пласт с образованием гидрата // Доклады Академии наук. – 2014. – N 4 (458). – С. 422425.
26. Espinoza D.N., Santamarina J.C. P-wave Monitoring of Hydrate-Bearing Sand during  $CH_4 - CO_2$  Replacement // Int. J. of Greenhouse Gas Control. – 2011. – Vol. 5, No 4. P. 1032–1038.
27. Qing Yuan, Chang-Yu Sun, Bei Liu, Xue Wang, Zheng-Wei Ma, Qing-Lan Ma, Lan-Ying Yang, Guang-Jin Chen, Qing-Ping Li, Shi Li, Ke Zhang Methane recovery from natural gas hydrate in porous sediment using pressurized liquid  $CO_2$  // Energy Conversion and Management. – 2013. – Vol. 67. P. 257264.
28. Musakaev N.G., Khasanov M.K. The self-similar solutions of the problem of carbon dioxide injection into the reservoir saturated with methane and its hydrate // AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 1770. 030106.
29. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инъекции холодного га-

- за // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – N 3 (49). – С. 137-150.
30. Гималтдинов И.К., Хасанов М.К., Столповский М.В., Кильдибаева С.Р. Особенности образования гидрата в пористых пластах при продувке газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. – 2012. – N 1 (9). – С. 72–75.
  31. Shagapov V.Sh., Musakaev N.G., Khasanov M.K. Formation of gas hydrates in a porous medium during an injection of cold gas // Int. J. of Heat and Mass Transfer. – 2015. – Vol. 84. P. 1030-1039.
  32. Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. – М.: Наука, 2016. – 240 с.
  33. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. – М.: Наука, 1987.
  34. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. – М.: Недра, 1993. – 416 с.
  35. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1965. – 238 с.
  36. Бык С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. – М.: Химия, 1980. – 296 с.
  37. Hassanzadeh H., Pooladi-Darvish M., Keith D. W. Modelling of convective mixing in  $CO_2$  storage // Journal of Canadian Petroleum Technology. – 2005. – Vol. 44, No. 10.
  38. Metz B. et al. IPCC special report on carbon dioxide capture and storage. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

39. Orr F. M. Onshore geologic storage of  $CO_2$  //Science. – 2009. – Vol. 325, No. 5948. P. 1656–1658.
40. Ennis-King J., Preston I., Paterson L. Onset of convection in anisotropic porous media subject to a rapid change in boundary conditions //Physics of Fluids. – 2005. – Vol. 17, No. 8. P. 084107.
41. Riaz A. et al. Onset of convection in a gravitationally unstable diffusive boundary layer in porous media //Journal of Fluid Mechanics. – 2006. – Vol. 548. P. 87–111.
42. Hassanzadeh H., Pooladi-Darvish M., Keith D. W. Stability of a fluid in a horizontal saturated porous layer: effect of non-linear concentration profile, initial, and boundary conditions //Transport in Porous Media. – 2006. – Vol. 65, No. 2. P. 193–211.
43. Xu X., Chen S., Zhang D. Convective stability analysis of the long-term storage of carbon dioxide in deep saline aquifers //Advances in water resources. – 2006. – Vol. 29, No. 3. P. 397–407.
44. Slim A. C. et al. Dissolution-driven convection in a Hele–Shaw cell //Physics of Fluids. – 2013. – Vol. 25, No. 2. P. 024101.
45. Neufeld J. A. et al. Convective dissolution of carbon dioxide in saline aquifers //Geophysical research letters. – 2010. – Vol. 37, No. 22.
46. Sathaye K. J. et al. Constraints on the magnitude and rate of  $CO_2$  dissolution at Bravo Dome natural gas field //Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2014. – Vol. 111, No. 43. P. 15332–15337.

47. Golding M. J. et al. Two-phase gravity currents in porous media //Journal of fluid mechanics. – 2011. – Vol. 678. P. 248–270.
48. Martinez M. J., Hesse M. A. Two-phase convective  $CO_2$  dissolution in saline aquifers //Water Resources Research. – 2016. – Vol. 52, No. 1. P. 585–599.
49. Anon, 2020. Real gases (deviations from ideal behavior). Available at: <https://chem.libretexts.org/@go/page/72664>.
50. Wen B. et al. Convective carbon dioxide dissolution in a closed porous medium at low pressure //Journal of Fluid Mechanics. – 2018. – Vol. 854. P. 56–87.
51. Bachu S., Gunter W. D., Perkins E. H. Aquifer disposal of  $CO_2$ : hydrodynamic and mineral trapping //Energy Conversion and management. – 1994. – Vol. 35, No. 4. – P. 269–279.
52. Pruess K., Garcia J. Multiphase flow dynamics during  $CO_2$  disposal into saline aquifers //Environmental Geology. – 2002. – Vol. 42, No. 2. P. 282–295.
53. Nordbotten J. M., Celia M. A., Bachu S. Injection and storage of  $CO_2$  in deep saline aquifers: analytical solution for  $CO_2$  plume evolution during injection //Transport in Porous media. – 2005. – Vol. 58, No. 3. P. 339–360.
54. Rutqvist J., Tsang C. F. A study of caprock hydromechanical changes associated with  $CO_2$ -injection into a brine formation //Environmental Geology. – 2002. – Vol. 42, No. 2–3. P. 296–305.
55. Comerlati A. et al. Fluid-dynamic and geomechanical effects of  $CO_2$  sequestration below the Venice Lagoon

- //Environmental & Engineering Geoscience. – 2006. – Vol. 12, No. 3. P. 211–226.
56. Bau D. et al. Basin-scale compressibility of the Northern Adriatic by the radioactive marker technique //Geotechnique. – 2002. – Vol. 52, No. 8. P. 605–616.
57. Ferronato M. et al. Numerical modelling of regional faults in land subsidence prediction above gas/oil reservoirs //International journal for numerical and analytical methods in geomechanics. – 2008. – Vol. 32, No. 6. P. 633–657.
58. Ferronato M, G. Gambolati , C. Janna and P. Teatini, Poro-mechanical modeling of  $CO_2$  sequestration in exploited gas fields, 4–th Biot Conference on Poromechanics, New York, June 8–10, 2009
59. T. I. Bjørnara, E. Aker and E. Skurtveit Coupled Flow and Geomechanical Model for  $CO_2$  Injection and Storage, 4–th Biot Conference on Poromechanics, New York, June 8–10, 2009
60. Chadwick A. et al. Best practice for the storage of  $CO_2$  in saline aquifers-observations and guidelines from the SACS and  $CO_2$  STORE projects. – British Geological Survey, 2008. – Vol. 14.
61. Афанасьев А. А., Мельник О. Э., Цветкова Ю. Д. Моделирование фильтрации при подземном захоронении углекислого газа с применением высокопроизводительных вычислительных систем //Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – N 4 (6). – С. 420–429.
62. Afanas'ev A.A., Mel'nik O.E. Ob odnom metode rascheta teplofizicheskikh svoistv pri do- i

- zakriticheskikh usloviikh // Fiz.-khim. kin. v gaz. dinamike. – 2013. – Т. 14.
63. Afanas'ev A.A., Mel'nik O.E. O postroenii konechno-raznostnoi skhemy rascheta fil'tratsii pri okolokriticheskikh termodinamicheskikh usloviikh // Vychisl. mekh. splosh. sred. – 2013. – Vol. 6, No. 2. P. 246–255.
64. Алтунин В.В. Теплофизические свойства двуокиси углерода. - М.: Издательство стандартов, 1975. – 546
65. Aziz K., Settari A. Petroleum reservoir simulation. - London-NY: Applied Science Publishers, 1979. – 476 p.
66. Баренблат Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. - М.: Недра, 1984. – 208 с.
67. Афанасьев А.А., Бармин А.А. Нестационарные одномерные фильтрационные течения воды и пара с учётом фазовых переходов // МЖГ. – 2007. – N 4. – С. 134-143.
68. Ривкин С.Л., Александров А.А. Теплофизические свойства воды и водяного пара. - М.: Энергия, 1980. – 424 с.
69. Pruess K., Spycher N. ECO2N - A fluid property module for the TOUGH2 code for studies of  $CO_2$  storage in saline aquifers // Energ. Convers. Manage. – 2007. – Vol. 48, No. 6. P. 1761–1767.
70. Афанасьев А.А., Мельник О.Э. О математическом моделировании многофазной фильтрации при околокритических условиях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. – 2013. – N 3. – С. 68–72.



71. Brooks R.H., Corey A.T. Hydraulic properties of porous media // Hydrol. Papers. - Fort Collins, Colorado: Colorado State University. - 1964. - N. 3. 37 p.
72. Kim K., Vilarrasa V., Makhnenko R. Y.  $CO_2$  injection effect on geomechanical and flow properties of calcite-rich reservoirs // Fluids. - 2018. - Vol. 3, No. 3. P. 66.
73. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, New York // Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, New York. - 1972.
74. Van Genuchten M. T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils // Soil science society of America journal. - 1980. - Vol. 44, No. 5. P. 892-898.
75. Vilarrasa V., Makhnenko R., Gheibi S. Geomechanical analysis of the influence of  $CO_2$  injection location on fault stability // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. - 2016. - Vol. 8, No. 6. P. 805-818.
76. Vilarrasa V., Makhnenko R. Y. Caprock integrity and induced seismicity from laboratory and numerical experiments // Energy Procedia. - 2017. - Vol. 125. P. 494-503.
77. Dentz M., Tartakovsky D. M. Abrupt-interface solution for carbon dioxide injection into porous media // Transport in Porous Media. - 2009. - Vol. 79, No. 1. P. 15-27.
78. Olivella S. et al. Numerical formulation for a simulator (CODE BRIGHT) for the coupled analysis of saline media // Engineering computations. - 1996.

79. Vilarrasa V. et al. Effects of  $CO_2$  compressibility on  $CO_2$  storage in deep saline aquifers //Transport in porous media. – 2010. – Vol. 85, No. 2. P. 619–639.
80. Vilarrasa V. et al. Liquid  $CO_2$  injection for geological storage in deep saline aquifers //International Journal of Greenhouse Gas Control. – 2013. – Vol. 14. P. 84–96.
81. Biot, M. A. General theory of three-dimensional consolidation / M. A. Biot // J. Appl. Phys. – 1941. – Vol.12, No. 2. P. 155–164.
82. Biot, M. A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid / M. A. Biot // J. Acoust. Soc. Amer. – 1956. – Vol. 28, No. 2. – P. 168–191.
83. Terzaghi, K. Theoretical Soil Mechanics / K. Terzaghi. – New York: Jhon Wiley, 1943. – 528 p.
84. Papin A.A., Tokareva M.A. On Local solvability of the system of the equation of onedimensional motion of magma // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. – 2017. – No. 3. P. 385 – 395.
85. Вирц Р. А. Численное решение одной задачи закачки углекислого газа в горную породу //Известия Алтайского государственного университета. – 2021. – N 4 (120). – С. 81-85.
86. Папин А. А., Подладчиков Ю. Ю. Изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в по-роупругой среде //Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – N 1/2 (85). – С. 131 – 135.
87. Virts R.A., Papin A.A., Tokareva M.A. Non-isothermal filtration of a viscous compressible fluid in a viscoelastic

- porous medium // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1666, No. 1.
88. Papin A.A., Tokareva M.A., Virts R.A. Filtration of Liquid in a Non-isothermal Viscous Porous Medium // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2020. – Vol. 13, No. 6. P. 763-773.
89. Вирц Р.А., Папин А.А., Вайгант В.А. Численное решение одномерной задачи фильтрации несжимаемой жидкости в вязкой пористой среде // Известия Алтайского государственного университета. – 2018. – N 4 (102). – С. 62 – 67.
90. Сибин А. Н., Сибин Н. Н. Численное решение одномерной задачи фильтрации с учетом суффозионных процессов // Известия Алтайского государственного университета. 2017. N 1 (93). – С. 123 – 126.
91. Tokareva M.A. Solvability of initial boundary value problem for the equations of filtration poroelastic media // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Vol. 722, No. 1.
92. Tokareva M.A., Papin A.A. Global solvability of a system of equations of one-dimensional motion of a viscous fluid in a deformable viscous porous medium // Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2019. Vol. 13, No. 2. P. 350 – 362.
93. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // Geodinamica Acta. 1998. Vol. 11, No. 2-3. P. 55 – 84.
94. Самарский А. А. Теория разностных схем: учебное пособие. – Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983.
95. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. – 1989.

# Оглавление

Введение	3
<b>1 Математические модели</b>	<b>7</b>
1 Моделирование переноса наночастиц в многофазных потоках в пористых средах: секвестрация $CO_2$ . . . . .	7
2 Геологическое связывание $CO_2$ в водоносном пласте в условиях гидратообразования	16
3 Модель процесса захоронения углекислого газа в гидратонасыщенном пласте . . . . .	22
4 Моделирование конвективного перемешивания при хранении $CO_2$ . . . . .	31
5 Конвективное растворение диоксида углерода в закрытой пористой среде в условиях высокого давления реального газа . . . . .	35
6 Поромеханическое моделирование секвестрации $CO_2$ на разрабатываемых газовых месторождениях . . . . .	39
7 Сопряженная модель потока и геомеханика для закачки и хранения $CO_2$ . . . . .	40
8 Моделирование фильтрации при подземном захоронении углекислого газа с применением высокопроизводительных вычислительных систем . . . . .	43

9	Влияние закачки $CO_2$ на геомеханические и фильтрационные свойства богатых кальцитом коллекторов . . . . .	46
10	Модель захоронения углекислого газа в вязкоупругой пористой среде . . . . .	50
	<b>Заключение</b>	<b>55</b>
	<b>Библиографический список</b>	<b>56</b>

*Учебное издание*

**Рудольф Александрович Вирец,  
Александр Алексеевич Папин**

**ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ХРАНЕНИЯ  
УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ  
ФОРМАЦИЯХ**

*Учебное пособие*

Опубликовано в авторской редакции  
Подготовка оригинал-макета *Р.А. Вирец*  
Дизайн обложки *Ю.В. Луценко*

Издательство Алтайского государственного университета  
Издательская лицензия ЛР 020261 от 14.01.1997.

Подписано в печать 26.11.2021. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага офсетная. Усл. печ. л. 4,06.

Тираж 100 экз. Заказ 455.

Типография Алтайского государственного университета:  
656049, Барнаул, ул. Димитрова, 66