3. Прилепко А.И., Костин А.В. Об обратных задачах для параболических уравнений с финальным и интегральным наблюдением // Мат. сб. – 1992. – Т. 183. №¾. С. 49–68.

4. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов. – Ташкент: Фан, 1979.

5. Kozhanov A.I. Composite type equations and inverse problems. Utrecht: VSP, 1999.

6. Кожанов А.И. О разрешимости нелокальной по времени задачи для одного уравнения с кратными характеристиками // Мат. заметки ЯГУ. – 2001. – Т. 8. – №2. – С. 27–40.

7. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высшая школа, 1995.

8. Дженалиев М.Т. К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. – Алматы: Институт теоретической и прикладной математики, 1995.

Численный расчет задач протекания стратифицированной жидкости

С.С. Кузиков

АлтГУ, г. Барнаул

Исследование течений неоднородной жидкости представляет интерес как в теоретическом отношении, так и для решений многих практических задач гидроэнергетики, гидрологии, метеорологии и т.д. Наличие вертикального градиента плотности может существенно повлиять на характер течения жидкости. Одним из проявлений указанного фактора является возможность выборочного изъятия определенных слоев водной массы из устойчиво стратифицированного водоема Обзоры литературы по аналитическим и численным методам исследования стратифицированных течений проводятся в [1, 2, 3].

В данной работе предложен метод численного расчета плоского течения идеальной неоднородной жидкости для различных вариантов граничных условий. Указанные течения в поле силы тяжести описываются системой дифференциальных уравнений:

$$u\frac{\partial \omega}{\partial x} + v\frac{\partial \omega}{\partial y} = -\frac{1}{Fr^2}\frac{\partial \rho}{\partial x}; \qquad (1)$$

$$u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} = 0; \qquad (2)$$

$$\Delta\psi = -\omega \;; \tag{3}$$

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y},\; v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \tag{4}$$

где $u(x,y),\ v(x,y)$ – компоненты вектора скорости, $\rho(x,y)$ – плотность, $\omega = \dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y}$ – завихренность, $\psi(x,y)$ – функция тока, Fr– плотностное число Фруда.

Решение системы (1)–(4) будем искать в области $\Omega = \{(x,y)\in R^2 : 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$, граница которой состоит из трех участков: $\tilde{A}_0$ – непроницаемая часть, $\tilde{A}_1$ – участок втекания, $\tilde{A}_2$ – участок вытекания, причем

$$\tilde{A}_0 = \{y=0,\ 0\le x\le 1\}\cup\{y=1,\ 0\le x\le 1\}\cup\{x=1,\ 0\le y\le a,\ b\le y\le 1\};$$

$$\tilde{A}_1 = \{x=0,\ 0\le y\le 1\}\,;\tilde{A}_2 = \{x=1,\ a<y<b\}\ 0\le a<b\le 1\,.$$

Для системы дифференциальных уравнений (1) – (4) поставим следующие краевые условия.

На $\tilde{A}_1$:

$$\psi = \psi_1(y) \qquad \left(\frac{\partial\psi_1}{\partial y} > 0\right), \tag{5}$$

$$\omega = \omega_1(y), \tag{6}$$

$$\rho = \rho_1(y) \qquad (0\le \rho_1 \le 1); \tag{7}$$

на $\tilde{A}_0$:

$$\psi = 0,\ (0\le x\le 1,\ y=0)\cup(x=1,\ 0\le y\le a); \tag{8}$$

$$\psi = \psi_0 = const,\ (0\le x\le 1,\ y=1)\cup(x=1,\ b\le y\le 1) \tag{9}$$

на $\tilde{A}_2$:

$$\psi = \psi_2(y)\ \left(\frac{\partial\psi_2}{\partial y} > 0\right). \tag{10}$$

Интегрируя уравнения (1) вдоль линии тока $\psi = const$, получим

$$\omega(y,\psi) = \omega_1(y_1(\psi)) + \frac{1}{Fr^2}\frac{\partial\rho(\psi)}{\partial\psi}(y - y_1(\psi)) \tag{11}$$

Функцию $\rho = \rho(\psi)$ доопределим следующим образом:

$$\rho(\psi) = \rho(0)\ \text{ïðè}\ \ \psi\le 0;\ \rho(\psi) = \rho(\psi_1(1))\ \text{ïðè}\ \ \rho\ge 1.$$

Таким образом, уравнение (3) с правой частью (11) и условиями (5), (8)–(10) представляют собой задачу Дирихле для нелинейного уравнения Пуассона. Данную задачу решаем итерационным разностным методом переменных направлений, аппроксимируя уравнения (3) по обычной пятиточечной схеме:

Литература

1. Yih C.S. Stratified flows. – New-York: Academic Press, – 190. P. 418.

2. Васильев О.Ф., Квон В.И., Лыткин Ю.М., Розовский И.Л. Стратифицированные течения // В кн.: Гидромеханика. Т. 8. Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ, 1975. С. 74–131.

3. Белолипецкий В.М., Костюк В.Ю., Шокин Ю.И. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1991. –176 с.

О существовании регулярных решений начально-краевой задачи для некоторых уравнений Соболевского типа

И. И. Кулешова

Рубцовский индустриальный институт АлтГТУ

В работах [1–3] изучалась разрешимость первой начально-краевой задачи для уравнений $Au_t + Bu = f(x, t)$ с вырождающимися операторами A и B второго порядка по пространственным переменным (подобные уравнения часто называются *уравнениями, не разрешенными относительно временной производной,* или *уравнениями Соболевского типа).* В нашей работе мы рассматривали некоторые простейшие модели указанных выше уравнений в случае вырождающихся операторов A и B разных порядков. Цель данной работы – доказательство существования регулярных или «почти» регулярных решений.

Пусть D – интервал (0,1) оси Ox, Q – прямоугольник Dx (O,T), O < $T < +\infty$, $a(x)$, $b(x)$, $a_0(x)$, $b_0(x)$ и $f(x,t)$ – заданные при $x \in \overline{D}$, $t \in$ [O, T] функции, A и B — операторы, заданные равенствами

$$Au = \frac{\partial}{\partial x}(a(x)u_x) + a_0(x)u; \quad Bu = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(b(x)u_{xx}) + b_0(x)u.$$

Краевая задача. Найти *функцию $u(x,t)$, являющуюся в прямоугольнике Q решением уравнения*