О квазимногообразиях Леви

В.В. Лодейщикова
АлтГУ, г. Барнаул

Для произвольного класса M групп обозначим через L(M) класс всех групп G, в которых нормальное замыкание (x)G любого элемента x из G принадлежит M. Класс L(M) называется классом Леви, порожденным M. Известно [1], что если M − квазимногообразие групп, то L(M) − тоже квазимногообразие групп.

Обозначим через qK − квазимногообразие, порожденное классом групп K. В [2] показано, что если K − произвольное множество нильпотентных групп ступени ≤ 2 без элементов порядка 2, такое, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру каждой группы из K, является абелевой подгруппой, то $L(qK) \subseteq N_3$, где N_3 − многообразие нильпотентных групп ступени ≤ 3.

Данная работа является продолжением [3], где показано, что если K − произвольное множество нильпотентных групп без кручения ступени ≤ 2, содержащее неабелеву группу, такое, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру каждой группы из K, является абелевой подгруппой, то L(qK) совпадает с квазимногообразием нильпотентных групп без кручения ступени ≤ 3. В настоящей работе доказана

Теорема 1. Пусть K − произвольное множество нильпотентных групп ступени ≤ 2 экспоненты p (p − простое число, $p \neq 2$), содержащее неабелеву группу. Предположим, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой. Тогда $L(qK)$ совпадает с многообразием нильпотентных групп ступени ≤ 3 экспоненты p.

Так же сделана попытка перенесения упомянутых результатов на случай групп, содержащих элементы второго порядка и доказана

Теорема 2. Пусть R_{2^2} − многообразие групп, заданное тождествами

$$(\forall x)(\forall y)([x,y]^2 = 1),\ (\forall x)(x^4 = 1),\ (\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z] = 1)$$

и K − произвольное множество групп из R_{2^2}, в которых истинно квазитождество

$$(\forall x)(\forall y)(x^2 = 1 \to [x,y] = 1).$$

Предположим, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой. Тогда $L(qK) \subseteq N_3$.

Литература

1. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сиб. матем. ж. 40. №2 (1999). – С. 266–270.

2. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Сиб. матем. ж. 41/ №2 (2000). – С. 270–277.

3. Лодейщикова В.В. Квазимногообразия Леви // Материалы девятой региональной конференции по математике «МАК-2006». – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2006. – С. 12.