

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Алтайский государственный университет

Ю.Н. Мальцев, Е.В. Журавлев

Лекции по теории ассоциативных колец

Учебное пособие

2-е издание



Барнаул

Издательство
Алтайского государственного
университета
2015

ББК 22.144.3я73
УДК 512.55(075)
М215

Рецензенты:

Божуль Л.А., д-р. физ.-мат. наук, профессор (ИМ СО РАН)
Волков М.В., д-р. физ.-мат. наук, профессор (УрФУ)

М215 Мальцев, Ю.Н.

Лекции по теории ассоциативных колец [Текст] : учебное пособие / Ю.Н. Мальцев, Е.В. Журавлев. – 2-е изд-е. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 434с.
ISBN 978-5-7904-1947-8

Учебное пособие написано на основе лекций по теории колец, которые авторы читали в течение многих лет в Алтайском государственном университете и Алтайской государственной педагогической академии. Изложены основы структурной теории ассоциативных колец, теория колец с тождественными соотношениями, классические кольца частных, а также теоремы коммутативности.

Пособие предназначено для студентов старших курсов, магистрантов и аспирантов математических факультетов университетов и академий, специализирующихся по алгебре, а также для научных работников.

ББК 22.144.3я73
УДК 512.55(075)

ISBN 978-5-7904-1947-8 © Мальцев Ю.Н., Журавлев Е.В., 2015

© Оформление. Издательство
Алтайского государственного
университета, 2015

Оглавление

Предисловие	7
Список обозначений	9
1. Радикал Джекобсона. Прimitives кольца	13
1.1. Модули	13
1.2. Радикал Джекобсона	18
1.3. Прimitives кольца	35
1.4. Подпрямые суммы колец и полупростые кольца	53
1.5. Прimitives кольца с минимальными односторонними идеалами	64
1.6. Основная теорема некоммутативной алгебры	80
1.7. Строение артиновых колец	91
1.8. Упражнения	101
2. Ниль-радикалы колец	139
2.1. Теорема Нагаты-Хигмана	139
2.2. Верхний ниль-радикал	143
2.3. Локально нильпотентный радикал	145
2.4. Нижний ниль-радикал	148
2.5. Пример конечно порожденной ненильпотентной ниль-алгебры	151
2.6. Пример первичной алгебры с ненулевым	

радикалом Левицкого	159
2.7. Ниль-радикалы колец, удовлетворяющих тождеству	160
2.8. Ниль-кольца с условиями обрыва некоторых	
цепей односторонних идеалов	165
2.9. Теорема Андрунакиевича-Рябухина	169
2.10. Упражнения	180
3. Классические кольца частных	191
3.1. Кольца частных коммутативных колец	191
3.2. Правые кольца частных	195
3.3. Строение полупервичных колец с условиями Голди	201
3.4. Теорема Смолла о существовании артиновых	
колец частных	213
3.5. Тождества колец частных	223
3.6. Упражнения	226
4. Строение колец с тождественными	
 соотношениями	239
4.1. Основные определения и теорема	
Амицура-Левицкого	239
4.2. Строение полупростых алгебр, удовлетворяющих	
тождественному соотношению	262
4.3. Центральный многочлен Капланского, строение	
первичных PI -алгебр и приведенно свободных	
алгебр	271
4.4. Теорема Ширшова о высоте и проблема Куроша ...	283
4.5. Радикал Джекобсона конечно порожденных	
PI -алгебр.....	297
4.4. Теорема Регева о тождествах тензорного	
произведения PI -алгебр.....	303

4.6. Тождества конечных колец	307
4.7. Упражнения	324
5. Условия коммутативности для колец	351
5.1. Некоммутативные евклидовы кольца, конечные тела и корни многочленов с коэффициентами из тела	352
5.2. Теорема Джекобсона	369
5.3. Теорема Херстейна	374
5.4. Теорема Стреба и ее применения	385
5.5. Коммутативность колец, удовлетворяющих тождествам	395
5.6. Упражнения	406
Литература	417
"Создатель бриллиантовой леммы"	429

Учебное издание

**Мальцев Юрий Николаевич,
Журавлев Евгений Владимирович**

Лекции по теории ассоциативных колец

Учебное пособие

Издательство Алтайского государственного университета:

Барнаул-99, ул. Димитрова, 66

Издательская лицензия ЛР 020261 от 14.01.1997 г.

Подписано в печать 11.08.2015 г.

Форма 60x84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл.-печ. л. 26. Тираж 100 экз. Заказ 245.

Типография Алтайского государственного университета

656099 Барнаул, ул. Димитрова, 66