

ТЕОРЕМА 3. Существует оракул F , для которого следующая функция является F -вычислимой:

$$H(\langle M, y, t, d \rangle) \cong \begin{cases} 0, & \text{если } \langle M, y \rangle \in B_{t,d}(F) \\ 1, & \text{если } \langle M, y \rangle \in B_{t,d}(F) \setminus \bar{B}_{t,d}(F) \\ \text{не определено} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Таким образом, оракул F решает проблему остановки для машин, работающих с F и с ограничениями t, d . Но здесь нельзя утверждать, что эта функция F -вычислима с фиксированными ограничениями, так как ранги всевозможных вопросов не ограничены.

Литература

1. Ганов В.А., Карымов В.Р. Вычисления с оракулами и ограничениями // МАК-2007 : материалы десятой краевой конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2007.
2. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М.: МИР, 1972. – 624 с.

Имитация гиперарифметической вычислимости рекурсивными функциями

В.А. Ганов, Л.Л. Смолякова

АлтГУ, г. Барнаул

Исследуются вычисления на абстрактных вычислительных машинах, являющихся обобщением машин Шенфилда из [1]. Такие машины позволяют вычислять любые рекурсивные функции за счет оперативных команд. Обобщение состоит в том, что машины могут осуществлять так называемые спрашивающие команды. Выполнение спрашивающей команды означает нахождение ответа на заданный вопрос. Вопросы вычисляет машина механически согласно своей программе, при этом каждый вопрос u содержит числовой код z некоторой машины Z рассматриваемого вида и значение y ее аргумента: $u = \langle z, y \rangle$. Ответ есть число b , связанное с поведением машины Z на y . В работе [2, с. 12] это число b являлось значением некоторой числовой функции F , называемой оракулом: $b = F(u)$. В течение одного такта это значение передавалось машине M , задавшей вопрос u , и она продолжала свою работу. Но оракул F не обязан быть рекурсив-

ной функцией, и потому класс функций, вычислимых на машинах с оракулом F , мог выходить за пределы рекурсивных функций.

В данной работе поиск ответа b осуществляется с помощью моделирования работы указанной машины Z на y . Пусть машина M вычислила указанный вопрос u , тогда ее работа приостанавливается и начинается моделирование работы машины Z на y . В результате выясняется необходимая информация о поведении Z , эта информация передается машине M в качестве ответа на вопрос u и возобновляется дальнейшая работа M . Если такой ответ не получен, то работа M считается неопределенной. При таком выполнении спрашивающей команды уже не требуется представлять оракул в виде некоторого устройства, позволяющего «сверх-быстро» выдавать ответ на вычисленный вопрос машины. Теперь ответ также получается как результат некоторой вычислительной процедуры, и потому возникает возможность имитировать абстрактные вычисления с оракулом с помощью вычислений на реальных компьютерах.

Здесь подобные изменения произведены по отношению к гиперарифметической вычислимости. Во-первых, для каждой машины вводится ограничение на время ее работы. Считается, что машина M работает с ограничением t , если число выполняемых ею команд (включая спрашивающие команды) не превосходит M , и если M не пришла в заключительное состояние за t тактов, то дальнейшая ее работа не рассматривается и считается, что M работает бесконечно. Заранее фиксируется число T и требуется, чтобы ограничение M каждой машины было меньше T . Во-вторых, выполнение спрашивающей команды осуществляется с помощью специальной числовой функции H_T . Пусть машина M вычислила вопрос $u = \langle w, y, t \rangle$, где w – числовой код машины, y – значение ее аргумента, t – указанное выше ограничение. Тогда ответом является значение $H_T(u)$, которое вычисляется в результате следующего процесса 1–4.

1. Проверяется отношение $t < T$, и если оно не выполняется, то $H_T(u)$ не определено. Пусть $t < T$ верно, тогда моделируется работа машины w на y в течение t тактов. Если w выполняет только оперативные команды и останавливается, то $H_T(u) = 0$, а если w не останавливается, то $H_T(u) = 1$.

2. Пусть w вычислила некоторый вопрос $\langle w_1, y_1, t_1 \rangle$, тогда ее работа приостанавливается и к этому вопросу применяется процедура, описанная в пункте 1. Пусть производится моделирование работы машины

w_1 на y_1 в течение t_1 тактов и w_1 выполняет только оперативные команды. Тогда если w_1 останавливается, то машине w дается ответ 0, а если w_1 не остановилась за t_1 тактов, то машине w дается ответ 1, и после получения ответа возобновляется дальнейшая работа w либо до следующего ее вопроса, либо до выполнения t тактов. В первом случае с новым вычисленным вопросом поступают так же, как с $\langle w_1, y_1, t_1 \rangle$, а во втором случае значение $H_T(u)$ определяется как в пункте 1.

3. Пусть машина w_1 тоже вычислила некоторый вопрос $\langle w_{11}, y_{11}, t_{11} \rangle$, тогда ее работа приостанавливается и к этому вопросу применяются процедуры, описанные в пунктах 1, 2.

4. Этот процесс заканчивается, если определены ответы на все возникающие вопросы и определено значение $H_T(u)$. Но может случиться, что возникающие вопросы образуют бесконечную цепочку машин w, w_i, w_{ii}, \dots в которой каждая машина задает вопрос о поведении следующей за ней машины. В этом случае значение $H_T(u)$ считается неопределенным, и говорят, что машина M застряла на вопросе u .

Функции, вычислимые на машинах, использующих функцию H_T , называются H_T -вычислимыми. Благодаря ограничениям на время работы рассматриваемых машин, процесс вычисления значений функции H_T является рекурсивной процедурой. Поэтому H_T -вычисляемые функции также являются рекурсивными. С другой стороны, процесс 1–4 совпадает с процессом построения так называемого гиперарифметического оракула из [2, с. 42]. В связи с этим, в классе H_T -вычисляемых функций выполняются аналоги многих свойств гиперарифметических функций. Это означает, что H_T -вычисляемые функции имитируют гиперарифметическую вычислимость. Ниже приведены основные из этих свойств.

Пусть $\{z\}_t^{H_T}(x)$ обозначает функцию от x , которую вычисляет машина z , работая с функцией H_T и с ограничением t ; $\overline{B}_t(H_T)$ – множество всех пар $\langle w, y \rangle$ таких, что машина w не застревает, работая на y с функцией H_T и с ограничением t ; $B_t(H_T)$ – множество всех пар $\langle w, y \rangle$ из $\overline{B}_t(H_T)$, в которых машина w останавливается за t

тактов; $B_t^*(H_T)$ – множество всех кодов машин z , для которых функции $\{z\}_t^{H_T}(x)$ являются тотальными.

Утверждение 1 (проблема остановки). Для любых чисел $w, y, t < T$,

$$H_T(\langle w, y, t \rangle) \cong \begin{cases} 0, & \text{если } \langle w, y \rangle \in \bar{B}_t(H_T), \\ 1, & \text{если } \langle w, y \rangle \in \bar{B}_t(H_T) \setminus B_t(H_T), \\ \text{не определено} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Утверждение 2 (парная селекция). Для любого $t < T$ существует H_T -вычислимая функция $v_t(z_1, z_2)$ такая, что если $\{z_1, z_2\} \cap \bar{B}_t(H_T) \neq \emptyset$, то значение $v_t(z_1, z_2) \in \{z_1, z_2\} \cap \bar{B}_t(H_T) \neq \emptyset$.

Утверждение 3 (счетная селекция). Для любого $t < T$ существует H_T -вычислимая функция $\mu_t(z)$ такая, что если $z \in B_t^*(H_T)$ и $\exists n \{z\}_t^{H_T}(n) \in \bar{B}_t(H_T)$, то $\{z\}_t^{H_T}(\mu_t(z)) \in \bar{B}_t(H_T) \in \bar{B}_t(H_T)$.

Литература

1. Морозов А.С. Машины Шенфилда. – Новосибирск: НГУ, 1996. – 28 с.
2. Ганов В.А., Белякин Н.В. Общая теория вычислений с оракулами. – Новосибирск: ИМ СОАН СССР, 1989. 136 с.

Свободно расширяемая инструментальная среда для проектирования и проведения виртуальных тренингов

Д.В. Вигуль
АлтГУ, г.Барнаул

Одной из проблем в процессе подготовки обучающихся профессии менеджера к реальной деятельности является их неготовность к применению на практике знаний, полученных в процессе обучения. Для решения этой задачи предлагается построить гибридную (человекомашинную) свободно расширяемую инструментальную среду для проектирования и проведения так называемых «деловых игр», сочетающую информационную мощь автоматизированных систем и гибкость человеческого интеллекта. Процесс отработки навыков с использованием такой среды будет проходить в виде экономической игры, в