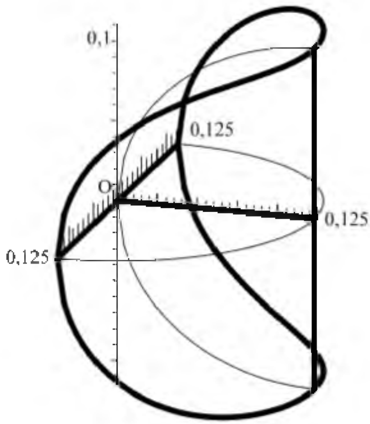

рис. 1

Оказалось, что в классе замкнутых цилиндрических гладких кривых постоянной длины существует кривая выпуклая оболочка которой имеет искомый объем. Если длина кривой 1, то приближенное параметрическое уравнение половины симметричной кривой имеет вид $x = 0{,}1229067921\sin(\mathrm{t})$, $y = 0{,}1229067921\cos(t)$,

$$z=\int_0^t \frac{-0{,}0018566\cdot(\sin(2u)+2u-\pi)\,dt}{\sqrt{-0{,}000913u\sin(2u)+0{,}0004564\pi\sin(2u)+0{,}00023\cos(2u)^2-0{,}00023\pi^2+0{,}002024-0{,}000913u^2+0{,}000913u\pi}},$$

где $0 \le t \le \pi$. Другая часть кривой симметрична исходной относительно плоскости $z = 0$ (см. рис 1).

Выпуклая оболочка данной кривой имеет вид (рис. 1).

Литература

1. Кизбикенов К.О. Замкнутая цилиндрическая кривая постоянной длины, выпуклая оболочка которой имеет наибольший объем // МАК-2007 : тезисы региональной конференции. – Барнаул, 2007.

О конгруэнции сфер, огибающих сферу

Е.А. Петрова, М.А. Чешкова
АлтГУ, г. Барнаул

В пространстве E^3 рассмотрим двухпараметрическое семейство сфер – конгруэнцию сфер. Конгруэнция сфер определена, если известны поверхность центров $M: r = r\left(u^1,u^2\right)$ и скалярная функция $\rho = \rho\left(u^1,u^2\right)$, определяющая радиус соответствующей сферы. Огибающая конгруэнции состоит из двух поверхностей [1, с. 459].

Лемма. Если одна из поверхностей огибающей является сферой радиуса λ, то выполняется условие:

$$\begin{cases} \delta_i^k - \frac{1}{2}\cdot\nabla_i\partial_k\left(\rho+\lambda\right)^2 - \varepsilon\cdot\left(\rho+\lambda\right)\cdot A_i^k = 0, \\ \partial_i\left(\left(\rho+\lambda\right)\cdot\varepsilon\right) - \left(\rho+\lambda\right)\cdot A_i^s\cdot\partial_s\rho = 0, \end{cases}$$

где A_i^k – оператор Вейнгартена поверхности центров, ∇_i – ковариантная производная вдоль направления r_i, $\varepsilon = \sqrt{1 - g^{ij}\cdot\partial_i\rho\cdot\partial_j\rho}$, g_{ij} – метрический тензор поверхности центров.

Теорема 1. Если поверхность центров является плоскостью, а одна из поверхностей огибающей – сферой, то и вторая поверхность огибающей тоже является сферой с тем же радиусом (рис. 1).

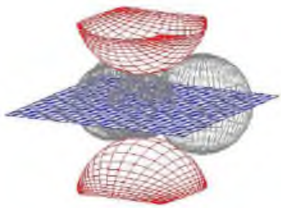

Рис. 1

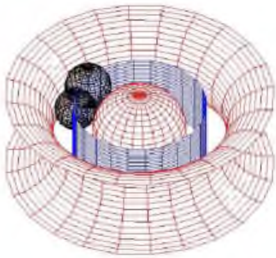

Рис. 2

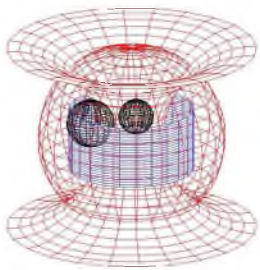

Рис. 3

Теорема 2. Если поверхность центров – цилиндр, одна из поверхностей огибающей – сфера с центром на оси цилиндра и радиусом, меньшим диаметра цилиндра, то вторая поверхность огибающей – часть тора, состоящая из гиперболических точек (рис. 2, рис. 3).

Литература

1. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия в тензорном изложении. – М., 1963.

Регулярность решений квазилинейных уравнений субэллиптического типа

Е. А. Плотникова
НГУ, г. Новосибирск

Работа посвящена теории субэллиптических дифференциальных уравнений. Исследуется регулярность слабых решений одного класса квазилинейных уравнений на группах Гейзенберга. Более конкретно, речь идет о слабых решениях $u \in W^{1,2}_{loc}(\Omega)$ уравнения

$$\sum_{i=1}^{2n} X_i A_i\left(x,u,X_1u,\ldots,X_{2n}u\right) = f\left(x,u,X_1u,\ldots,X_{2n}u\right), \qquad (1)$$

где Ω – область Джона, а $A_i\left(x,u,\xi\right): H^n \times R \times R^{2n} \to R$ – дифференцируемая функция, удовлетворяющая условиям эллиптичности: существуют положительные константы C_1, C_2, C_3 такие, что

$$C_1^{-1}|\eta|^2 \le \sum_{i,j=1}^{2n} \frac{\partial}{\partial \xi_j} A_i\left(x,u,\xi\right)\eta_i\eta_j \le C_1|\eta|^2, \qquad (2)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{2n}\left|\frac{\partial}{\partial u}A_i\left(x,u,\xi\right)\right|^2\right)^{1/2} \le C_2\left(1+|\xi|\right),$$

$$\left(\sum_{i=1}^{2n}\left|\frac{\partial}{\partial x_i}A_i\left(x,u,\xi\right)\right|^2\right)^{1/2} \le C_3\left(1+|\xi|\right).$$

Группой Гейзенберга H^n называется связная односвязная нильпотентная группа Ли, алгебра Ли V которой градуирована, т.е. $V = V_1 \oplus V_2$, где $\dim V_1 = 2n$, $\dim V_2 = 1$, $[V_1, V_1] = V_2$, $[V_1, V_2] = 0$. Размерность Хаусдорфа группы H^n равна $\nu = 2n+2$.

Левоинвариантные векторные поля $X_i, i = 1,\ldots,2n,$ (называемые горизонтальными) составляют стандартный базис горизонтального под-