работе найден метод сведения изучения абсолютно замкнутых в данном квазимногообразии универсальных алгебр к исследованию H_n-замкнутых универсальных алгебр.

Литература

1. Isbell J.R. Epimorphisms and dominions, In Proc. of the Conference on Categorical Algebra, La Jolla 1965, (Lange and Springer, New York 1966.

2. Higgins P.M. Epimorphisms and amalgams, Colloq. Math. 56, №1 (1988), 1-17.

Конформные когомологии Хохшильда и расширения ассоциативных конформных алгебр

И.А. Долгунцева

НГУ, г. Новосибирск

Понятие конформной алгебры было введено в работе [1] для формализации свойств алгебраических структур (вертексных алгебр: см. также [2]), возникающих в математической физике. Именно, свойства коэффициентов сингулярной части расширенного операторного произведения (operator product expansion, OPE) можно рассматривать как систему аксиом некоторой алгебраической системы, которая называется конформной алгеброй. Аналогичные структуры возникают при рассмотрении алгебр дифференциальных операторов, комодульных алгебр, дифференциальных алгебр и формального вариационного исчисления в теории нелинейных эволюционных уравнений (см. [3]).

Определение [2]. Алгебраическая система

$$\left\langle C; D \in End_k C; (\cdot_{(n)}\cdot) \in Hom_k\left(C \otimes C \to C\right), n \in \mathbf{Z}_{\geq 0} \right\rangle$$

называется *конформной алгеброй*, если выполняются следующие аксиомы:

C1. $\forall a, b \in C \;\; a_{(n)}b = 0$ для достаточной больших $n \geq 0$,

C2. $a_{(n)}Db = D\left(a_{(n)}b\right) + na_{(n-1)}b$,

C3. $Da_{(n)}b = -na_{(n-1)}b$.

Конформная алгебра C называется *конечной* (или *конечного типа*), если она конечно порождена как модуль над $k[D]$.

Исследованию конформных алгебр посвящен ряд работ отечественных и зарубежных авторов. В работе А. д'Андреа и В. Каца [4] были описаны простые и полупростые конформные алгебры конечного типа.

А в работе Е. Зельманова [5] был доказан аналог «основной» теоремы Веддерберна об отщеплении радикала для ассоциативных конформных алгебр конечного типа.

В более широком классе конформных алгебр (имеющих точное представление конечного типа) аналоги классических структурных теорем теории конечномерных алгебр были доказаны П.С. Колесниковым в [6, 7].

Подход к теории когомологий Хохшильда ассоциативных конформных алгебр был предложен Б. Бакаловым, В. Кацем и А. Вороновым в работе [8], но не был в должной мере развит в приложении к описанию расширений и деформаций конформных алгебр.

В работе [9] автором предложен и развит другой подход к построению конформных когомологий Хохшильда, который использует язык псевдоалгебр [3]. Установлено, что вторая группа когомологий Хохшильда алгебры конформных линейных преобразований с коэффициентами в любом бимодуле тривиальна. Как следствие, доказано, что эта алгебра отщепляема в любом расширении с нильпотентным ядром. В результате получено обобщение основного результата работы [7].

Литература

1. Frenkel I.B., Lepowsky J., Meurman A., Vertex operator algebras and the Monster, Pure and Applied Mathematics, vol. 134, Academic Press, New York, 1998.

2. Kac V.G. Vertex algebras for beginners, University Lecture Series, vol. 10, AMS, Providence, RI, 1998.

3. Bakalov B., D'Andrea A., Kac V.G. Theory of finite pseudoalgebras, Adv. Math. 162 (1) (2001) 1–140.

4. D'Andrea A., Kac V.G. Structure theory of finite conformal algebras, Sel. Math. New Ser. 4 (1998) 377–418.

5. Zelmanov E.I. On the structure of conformal algebras, International Conference on Combinatorial and Computational Algebra, May 24–29, 1999, Hong Kong, Cont. Math. 264 (2000) 139–153.

6. Kolesnikov P.S. Associative conformal algebras with finite faithful representation. Adv. Math. 202 (2) (2006) 602–637.

7. Kolesnikov P.S. On the Wedderburn principal theorem in conformal algebras, J. Algebra Appl. 6 (1) (2007) 119–134.

8. Bakalov B., Kac V.G., Voronov A.A. Cohomology of conformal algebras, Comm. Math. Phys. 200 (3) (1999) 561–598.

9. Долгунцева И.А. Когомологии Хохшильда для ассоциативных конформных алгебр // Алгебра и логика. 2007. №46(6). С. 688–706.

О классификации конечных локальных колец, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре

Е.В. Журавлев

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматриваемый здесь результат является продолжением исследований, начатых в работах [1, 2] и посвящен строению конечных локальных колец.

Теорема. Ассоциативное кольцо R, определяемое конструкцией В, является конечным локальным кольцом характеристики p^2, радикал Джекобсона которого имеет индекс нильпотентности четыре. Обратно, каждое такое кольцо, отличное от кольца Галуа, изоморфно одному из колец конструкции B.

Конструкция В

Пусть $R_0 = GR(p^{2r},p^2)$ – кольцо Галуа и $R_0/pR_0 = GF(p^r) = F$. Пусть U, V, W – R_0-модули с порождающими множествами $\{u_1,\ldots, u_{s_1}\}$, $\{v_i\}$, $\{w_j\}$ ($0 \le i \le s_2$, $0 \le j \le s_3$) соответственно, и, кроме того, W является векторным пространством над полем F. Предположим, что

$$pu_1 \neq 0, pu_2 \neq 0,\ldots, pu_s \neq 0, pu_{s+1} = 0,\ldots, pu_{s_1} = 0,$$
$$pv_1 \neq 0, pv_2 \neq 0,\ldots, pv_\lambda \neq 0, pv_{\lambda+1} = 0,\ldots, pv_{s_2} = 0,$$

где s, λ – некоторые целые числа, $0 \le s \le s_1$, $0 \le \lambda \le s_2$.

Пусть $\{\sigma_0,\sigma_1,..,\sigma_{s_1}\}$, $\{\theta_0,\theta_1,..,\theta_{s_2}\}$, $\{\tau_0,\tau_1,..,\tau_{s_3}\}$, $\sigma_0 = \theta_0 = \tau_0 = = id_{R_0}$ – автоморфизмы R_0 и

$$\left(a_{ij}^k\right)_{s_1\times s_1},\ k=\overline{0,s_2},$$
$$\left(b_{ij}^k\right)_{s_1\times s_1}, \left(c_{ij}^k\right)_{s_1\times s_2}, \left(d_{ij}^k\right)_{s_1\times s_2}, k=\overline{0,s_3},$$
$$\left(\hat{a}_{ij}^k\right)_{s_1\times s} \left(\hat{b}_{ij}^k\right)_{s_1\times s_1}, \left(\hat{c}_{ij}^k\right)_{s_1\times s_2}, \left(\hat{d}_{ij}^k\right)_{s_1\times s_2}, k=\overline{1,s},$$
$$\left(\breve{b}_{ij}^k\right)_{s_1\times s_1}, \left(\breve{c}_{ij}^k\right)_{s_1\times s_2}, \left(\breve{d}_{ij}^k\right)_{s_1\times s_2}, k=\overline{1,\lambda},$$

– матрицы над полем F, удовлетворяющие следующим условиям: