

### Библиографический список

1. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов / С. Мала; пер. с англ. – М. : Мир, 2005. – 671 с., ил.

## Определение мгновенной частоты сигнала методом среднеквадратичной оптимизации

*М.С. Козаченко, В.В. Славский*

*ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

Важным направлением в цифровой обработке сигналов является спектральный анализ сигнала. Обычно при этом используется преобразование Фурье. Наряду с его положительными свойствами, такими как линейность и унитарность, преобразование Фурье не обладает свойством локальности, т.е. для выполнения преобразования необходимо знать сигнал по всей временной оси. В последнее время для исследования динамики спектра часто используют оконное преобразование Фурье или вейвлет разложение. В данной работе используется метод среднеквадратичной оптимизации для выделения главной частоты, амплитуды и фазы сигнала на данном промежутке времени. Рассматривая произвольный непрерывный сигнал  $s(t)$ ,  $-\infty < t < \infty$  на промежутке  $[t_0, t_0 + T]$ , найдем гармоническую функцию  $a \cos(\omega t + \phi)$ , которая наиболее близко среднеквадратично аппроксимирует сигнал  $s(t)$  на данном промежутке, т.е. решим задачу оптимизации

$$\min_{a, \omega, \phi} \int_{t_0}^{t_0+T} (s(t) - a \cos(\omega t + \phi))^2 dt,$$

где  $t_0$  – исследуемый момент времени,  $T$  – длина исследуемого отрезка сигнала. Для этого рассмотрим функционал

$$I(A, B, \omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} (s(t) - A \cos \omega t - B \sin \omega t)^2 dt.$$

Если определить в пространстве  $L^2[t_0, t_0 + T]$  векторы  $u = \{\cos(\omega t)\}$ ,  $v = \{\sin(\omega t)\}$ ,  $s = \{s(t)\}$ ,  $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ , то данная задача сводится к нахождению минимума

$$\min_{A, B, \omega} I(A, B, \omega) = \min_{A, B, \omega} \|s - Au - Bv\|^2.$$

Используя определитель Грамма можно найти этот минимум по  $A, B$ , как высоты параллелепипеда из формулы

$$J(\omega) = \min_{A, B} \|s - Au - Bv\|^2 = \det \begin{bmatrix} (s, s) & (s, u) & (s, v) \\ (s, u) & (u, u) & (v, u) \\ (s, v) & (u, v) & (v, v) \end{bmatrix} / \det \begin{bmatrix} (u, u) & (u, v) \\ (v, u) & (v, v) \end{bmatrix}$$

Вычисляя скалярные произведения, получим

$$\det \begin{bmatrix} (u, u) & (u, v) \\ (v, u) & (v, v) \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \frac{\cos(\omega T)^2 + \omega^2 T^2 - 1}{\omega^2}$$

Соответственно имеем равенство

$$\begin{aligned} J(\omega) &= (s, s) - \frac{(s, u)^2 (v, v) - 2(s, u)(s, v)(u, v) + (s, v)^2 (u, u)}{\frac{1}{4} \frac{\cos(\omega T)^2 + \omega^2 T^2 - 1}{\omega^2}} = \\ &= (s, s) - \frac{(s, u)^2 \left( \frac{1 - \cos(\omega T) \sin(\omega T) + \omega T}{2} \right) - 2(s, u)(s, v) \left( \frac{1 - 1 + \cos(\omega T)^2}{2} \right) + (s, v)^2 \left( \frac{1 \cos(\omega T) \sin(\omega T) + \omega T}{2} \right)}{\frac{1}{4} \frac{\cos(\omega T)^2 + \omega^2 T^2 - 1}{\omega^2}} \end{aligned}$$

Положим  $a = \left\{ \cos \left( \omega \left( t - \frac{T}{2} \right) \right) \right\}$ ,  $b = \left\{ \sin \left( \omega \left( t - \frac{T}{2} \right) \right) \right\}$ . Тогда

$$J(\omega) = (s, s) - \frac{(s, b)^2}{2} \frac{1}{\omega T - \sin(\omega T)} - \frac{(s, a)^2}{2} \frac{1}{\omega T + \sin(\omega T)}$$

Определим единичные ортогональные векторы, зависящие от  $\omega$

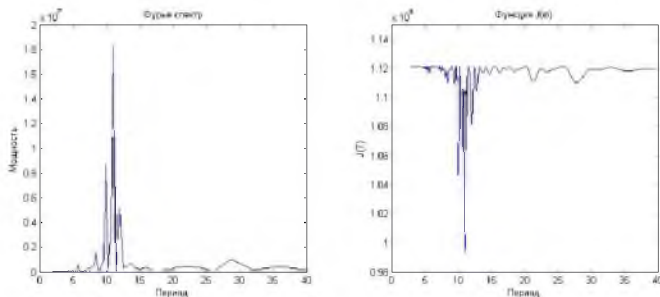
$$p_\omega = \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{2} \frac{\omega T + \sin(\omega T)}{\omega}}}, \quad q_\omega = \frac{b}{\sqrt{\frac{1}{2} \frac{\omega T - \sin(\omega T)}{\omega}}}$$

тогда формула примет вид:  $J(\omega) = (s, s) - (s, p_\omega)^2 - (s, q_\omega)^2$ .

Следствие. Вычисление главной частоты  $\omega$  на отрезке  $[t_0, t_0 + T]$  сводится к нахождению минимума функции  $J(\omega)$ .

$$\min_{a, \omega, \phi} \int_{t_0}^{t_0+T} (s(t) - a \cos(\omega t + \phi))^2 dt = \min_{\omega} J(\omega).$$

На рисунках представлен спектр Фурье и функция  $J(\omega)$  для солнечной активности (число солнечных пятен в период 1700–2004 гг). Видно, что функция  $J(\omega)$  обладает большей чувствительностью.



## Вычислительная сложность задачи логического анализа для адаптивно-логической модели естественного языка

*В.А. Крайванова*  
АлтГТУ, г. Барнаул

Человеко-машинный интерфейс на естественном языке (ЕЯ) не является универсальным, однако существует достаточно широкий круг задач, в которых человеку проще сформулировать свое пожелание в виде фразы на ЕЯ, чем в терминах формальных человеко-машинных интерфейсов. Причем эти задачи не требуют полноценного семантического анализа всех нюансов речи, зачастую достаточно буквального понимания фраз. Для создания ЕЯ-интерфейса предлагается модель логического анализа фраз.

Пусть  $W$  – конечное множество известных в модели слов, на котором введены отношение синонимичности и иерархия понятий. В качестве представления фраз на ЕЯ нами выбрана функциональная форма, функциональными символами являются слова из лексикона  $W$ , а типами аргумента синтаксическими отношениями между ними. О функциональной форме удобно говорить, как о дереве. Такое помеченное дерево фразы (ПДФ) в том или ином виде строят практически все синтаксические анализаторы. Задача логического анализа фразы заключается в том, чтобы свести некоторую начальную фразу  $\phi$  к множеству фраз, определяющих команды и понятных объекту управления. Механизм преобразования фраз описывается конечным множеством правил контекстной замены *Rules*. В общем виде правило задается парой  $r = \langle H \rightarrow C, Parameters \rangle$ , где  $H$  и  $C$  – гипотеза и следствие правила, представленные двумя ПДФ, некоторые вершины которых, возможно, помечены не словами из  $W$ , а параметрами. *Parameters* – множество параметров правила. Значением параметра  $p_i$  может стать ПДФ, корень