Геометрический семинар – некоторые приемы развития познавательной самостоятельности студентов

Т.В. Саженкова, А.Н. Саженков
АлтГУ, г. Барнаул

Для успешности учебно-познавательного процесса важно постоянное побуждение обучаемых к активному участию в изучении материала.

При традиционной форме «лекция – практическое занятие» происходит, зачастую, достаточно пассивное восприятие теоретической составляющей курса на лекции, а затем, уже отсроченное, приложение этого материала к решению задач на практическом занятии.

Лучшему усвоению изучаемого предмета способствует участие учащегося в самом процессе теоретических построений.

Этого можно достигать разбивкой теоретического материала на шаги-задачи, предлагаемые к решению в процессе самого занятия, и подводящие к появлению соответствующих понятий и выводов.

Приведем фрагменты построения такого изложения по одной из тем геометрического семинара УИРС на II курсе МФ.

Тема «Теорема Жордана»: Замкнутая несамопересекающаяся ломаная разбивает плоскость на две связные области.

Пусть l – несамопересекающаяся ломаная, $A_1, A_2, ..., A_n$ – её вершины, $x_1, x_2, ..., x_n$ – её звенья.

1. Докажите, что для произвольной точки плоскости A существует точка $B \in l$ такая, что $|AB| \le |AC|$ для любой точки $C \in l$.

Опр. Величину $|AB|$, определённую в задаче 1, называют расстоянием от точки A до ломаной l и обозначают $\rho(A,l)$.

2. Докажите, что если точка C лежит внутри отрезка AB, то $\rho(C,l) = |CB|$, и B является единственной со свойством $\rho(C,l) = |CB|$.

Обозначение: $l(\varepsilon) = \{A : \rho(A,l) \le \varepsilon\}$.

3. Пусть x и y – непересекающиеся отрезки. Докажите, что существует $\varepsilon > 0$, такое, что множества $x(\varepsilon)$ и $y(\varepsilon)$ не пересекаются.

4. Пусть x_{k-1}, x_k, x_{k+1} – три подряд идущих звена несамопересекающейся ломаной l. Докажите существование $\varepsilon > 0$, такого, что множества $x_k(\varepsilon)$ и $x_j(\varepsilon)$ $(j \ne k-1, k, k+1)$ не пересекаются.

Опр. ε – шевелением ломаной $A_1A_2...A_m$ назовём ломаную $B_1B_2...B_m$, для которой $|A_kB_k| \le \varepsilon \quad (k = 1, 2, ..., m)$.

5. Найти ГМТ всех ломаных, являющихся ε – шевелением ломаной l.

6. Докажите существование $\varepsilon > 0$, такого, что при δ – шевелениях несамопересекающаяся l остаётся несамопересекающейся, где $\delta \le \varepsilon$.

Опр. Для отрезков a и b величина $J(a,b) = 0$, если a и b не пересекаются. $J(a,b) = 1$, если a и b пересекаются во внутренних точках. Иначе, $J(a,b)$, называемая **индексом пересечения** отрезков a и b, неопределена.

Пусть l и m –несамопересекающиеся замкнутые ломаные. Величину $J(l,m) = \sum J(a,b) \pmod 2$, где a и b – всевозможные отрезки, принадлежащие l и m, для которых определено $J(a,b)$, называют индексом пересечения ломаных l и m.

7. Для несамопересекающихся замкнутых l и m докажите, что малым шевелением l' ломаной l можно добиться, что звенья l' и m не имеют пары параллельных, l' – несамопересекающаяся замкнутая и $J(l,m) = J(l',m)$.

8. Пусть несамопересекающиеся замкнутые l и m не имеют пары параллельных звеньев. Будем передвигать l параллельным образом вдоль направления, не параллельного звеньям ломаных. Докажите возможность такого движения с сохранением индекса пересечения ломаных.

Заметьте, что нами доказана теорема: Индекс пересечения двух несамопересекающихся замкнутых ломаных равен нулю.

Опираясь на полученный факт, аналогичным дроблением студенты побуждаются далее к доказательству и самой теоремы Жордана.

Центральные расширения четырехмерных симплектических групп Ли

Я.В. Славолюбова
КемГУ, г. Кемерово

В работах [5], [6] получен список вещественных разрешимых неабелевых четырехмерных алгебр Ли. Он содержит 17 симплектических алгебр Ли.