В остальных случаях с помощью аналогичных методов получена полная классификация вещественных четырехмерных алгебр Ли для которых тензор Вейля является почти гармоническим.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 08-01-98001), а также при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант НШ-5682.2008.1).

Библиографический список

1. Бесе, А. Многообразия Эйнштейна : в 2 т., т. 2; пер. с англ. / А.Бессе. – М. : Мир, 1990. – 384 с.

2. Кремлев, А.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Унимодулярный случай / А.Г. Кремлев, Ю.Г. Никоноров // Математические труды. – 2008. – Т. 11, №2. – С. 115–147.

3. Кремлев, А.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Неунимодулярный случай / А.Г. Кремлев, Ю.Г. Никоноров // Математические труды (в печати).

Об определении овально-прикасаемых множеств в аффинном пространстве

Л.А. Завьялова

АлтГПА, г. Барнаул

В работе [1, с. 16] сформулировано определение овально-прикасаемого множества в n-мерном евклидовом пространстве. Оказывается, что данное определение можно обобщить на аффинный случай. Заметим, что определение овально-прикасаемого множества является аффинным обобщением понятия δ -прикасаемого множества, которое ввел Ю.Г. Решетняк в статье [2, с. 382].

Введем следующие обозначения: A^n– n-мерное аффинное пространство; точки и подмножества аффинного пространства A^n будем обозначать заглавными латинскими буквами. В пространстве A^n рассматривается обычная топология. Если множество $F \subset A^n$, то $intF$, ∂F – соответственно внутренность и граница множества F.

Выпуклое тело в пространстве A^n, границей которого является эллипсоид, будем называть «заполненным» эллипсоидом. Образ множества при параллельном переносе назовем «транслятом» этого множества.

Определение 1. Замкнутое множество $F \subset A^n$ называется ω_0-прикасаемым множеством, если для каждой точки $X \in F$ задана некоторая система $\sigma(X)$ транслятов заполненного эллипсоида ω_0, содержащих точку X, причем системы $\sigma(X)$ обладают следующими свойствами:

1) если заполненный эллипсоид $\omega \in \sigma(X)$, то никакая внутренняя точка заполненного эллипсоида ω не принадлежит множеству F;

2) пересечение всех заполненных эллипсоидов системы $\sigma(X)$ имеет хотя бы одну внутреннюю точку;

3) если $X_i \in F$, $\omega_i \in \sigma(X_i)$, $i = 1, 2, \ldots$, и при $i \to \infty$ $X_i \to X$ и $\omega_i \to \omega$, то $\omega \in \sigma(X)$. [1, с. 16]

Таким образом, ω_0-прикасаемое множество (или овально-прикасаемое множество) характеризуется тем свойством, что каждой граничной токи этого множества можно коснуться заполненным эллипсоидом ω, который является транслятом данного заполненного эллипсоида ω_0, причем внутри заполненного эллипсоида ω точек множества нет.

Естественным образом возникает вопрос: зависит ли свойство множества быть ω_0-прикасаемым от выбора заполненного эллипсоида ω_0? В настоящей работе ответ на данный вопрос получен для множеств, рассматриваемых в пространстве A^2. Доказано следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть множество $F \subset A^2$ является ω_0-прикасаемым и $\overline{\omega}$ – произвольный заполненный эллипсоид в A^2. Тогда существует заполненный эллипсоид, гомотетичный ω_0, такой, что в каждой точке множества F можно определить системы его транслятов, которые будут удовлетворять условиям 1) – 3) в определении 1.

Кроме того, был получен следующий результат.

Теорема 2. Пусть γ_0 и γ – эллипсы в пространстве A^2. Тогда существует эллипс $\widetilde{\gamma}$, гомотетичный эллипсу γ, такой, что в каждой точке $X \in \gamma_0$ можно построить транслят эллипса $\widetilde{\gamma}$, касающийся эллипса γ_0 в точке X внутренним образом и содержащийся в заполненном эллипсоиде, ограниченном эллипсом γ_0.

Библиографический список

1. Завьялова, Л.А. Об определении ω_0-прикасаемых множеств в n-мерном евклидовом пространстве / Л.А. Завьялова // Вестник БГПУ: Естественные и точные науки. – 2007. – №7. – С. 16–21.
2. Решетняк, Ю.Г. Об одном обобщении выпуклых поверхностей / Ю.Г. Решетняк // Математический сборник. – 1956. – Т. 40, №3. – С. 381–398.

Поиск полного решения биматричной игры

К.О. Кизбикенов

АлтГПА, г. Барнаул

Известно, что решение биматричной игры, то есть точки равновесия по Нэшу, в большинстве случаев, не единственно. Существуют программы [3], с помощью которых удается найти только одно решение биматричной игры. Естественно, возникает желание получить *все решения* биматричной игры. Работа посвящена решению этой проблемы.

Напомню некоторые необходимые сведения. Пусть $A=(a_{ij})$ и $B=(b_{ij})$ две матрицы размером $n\times m$, где n количество строк и m количество столбцов. Пусть $x=(x_1,...,x_n)$ и $y=(y_1,...,y_m)$ смешанные стратегии первого и второго игроков. Пусть $x^*=(x_1^*,...,x_n^*)$, $y^*=(y_1^*,...,y_m^*)$ оптимальные стратегии по Нэшу в биматричной игре. Обозначим через S_1 и S_2 спектры смешанных стратегий x^* и y^*.

Теорема. [2] Пара (x^*, y^*) являются оптимальными стратегиями по Нэшу тогда и только тогда, когда она удовлетворяет следующим условиям

$$\exists\, v_1, v_2 : \ \forall i \in S_1, \sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_j^* = v_1, \quad \forall i \notin S_2, \sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_j^* \le v_1, \tag{1}$$

$$\forall j \in S_2, \sum_{j=1}^{n} x_i^* b_{ij} = v_2, \ \forall j \notin S_2, \ \sum_{j=1}^{n} x_i^* b_{ij} \le v_2, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_i^* = 1, \ x_i^* \ge 0, \ \sum_{j=1}^{m} y_j^* = 1, \ y_j^* \ge 0. \tag{3}$$

Таким образом, если известны множества S_1, S_2, то для поиска равновесий Нэша можно просто решить системы линейных уравнений, входящих в (1), (2), и оставить те решения, которые удовлетворяют