Левоинвариантные римановы метрики на четырёхмерных алгебрах Ли с почти гармоническим тензором Вейля

Д.С. Воронов, О.П. Гладунова
АлтГПА, АлтГУ, г. Барнаул

Из гармоничности тензора Вейля следует ряд условий (см. [1]) характеризующих данное n-мерное риманово многообразие (M, g).

Пусть LG – четырехмерная алгебра Ли с левоинвариантной римановой метрикой. Обозначим через W тензор Вейля.

Определение. Будем говорить, что тензор $T_{i_1 \dots i_p}$ *почти гармонический*, если выполняются следующие два условия:

(1) $\mathrm{rot}(T) = 0$,

(2) $\mathrm{div}(T) = g^{i_1 t} T_{i_1 \dots i_p ;t} = 0$.

Здесь $g^{i_1 t}$ – кометрический тензор, $T_{i_1 \dots i_p ;t}$ – ковариантная производная тензора $T_{i_1 \dots i_p}$.

Следуя работам [2, 3], определим базис, в котором структурные константы имеют удобный для вычисления вид в случае четырехмерных алгебр Ли. В настоящей работе в данном базисе, с привлечением системы компьютерной алгебры *Maple*, вычислены компоненты ротора rot(W) и дивергенции div(W) тензора Вейля.

Теорема. *Действительные четырехмерные разложимые унимодулярные алгебры Ли с левоинвариантной римановой метрикой и почти гармоническим тензором Вейля содержатся в следующей таблице:*

Алгебра Ли	Структурные константы c_{ij}^k	Ограничения на c_{ij}^k
$4A_1$	$c_{ij}^k=0$.	
$A_{3,6} \oplus A_1$	$c_{1,2}^3=B$, $c_{2,3}^1=B$.	B>0.
$A_{3,6} \oplus A_1$	$c_{1,2}^3=C$, $c_{1,3}^2=-C$.	C>0.
$A_{3,6} \oplus A_1$	$c_{2,3}^1=C$, $c_{1,3}^2=-C$.	C>0.
$A_{3,9} \oplus A_1$	$c_{1,2}^3=c_{2,3}^1=CL^2+C$, $c_{1,3}^2=-C$, $c_{1,3}^4=CL$.	C>0.
$A_{3,9} \oplus A_1$	$c_{1,2}^3=-c_{1,3}^2=BK^2+B$, $c_{2,3}^1=B$, $c_{2,3}^4=-BK$.	B>0.
$A_{3,9} \oplus A_1$	$c_{1,2}^3=A$, $c_{1,2}^4=-AM$, $c_{2,3}^1=-c_{1,3}^2=AM^2+A$.	A>0.

В остальных случаях с помощью аналогичных методов получена полная классификация вещественных четырехмерных алгебр Ли для которых тензор Вейля является почти гармоническим.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 08-01-98001), а также при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант НШ-5682.2008.1).

Библиографический список

1. Бесе, А. Многообразия Эйнштейна : в 2 т., т. 2; пер. с англ. / А.Бессе. – М. : Мир, 1990. – 384 с.

2. Кремлев, А.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Унимодулярный случай / А.Г. Кремлев, Ю.Г. Никоноров // Математические труды. – 2008. – Т. 11, №2. – С. 115–147.

3. Кремлев, А.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Неунимодулярный случай / А.Г. Кремлев, Ю.Г. Никоноров // Математические труды (в печати).

Об определении овально-прикасаемых множеств в аффинном пространстве

Л.А. Завьялова
АлтГПА, г. Барнаул

В работе [1, с. 16] сформулировано определение овально-прикасаемого множества в n-мерном евклидовом пространстве. Оказывается, что данное определение можно обобщить на аффинный случай. Заметим, что определение овально-прикасаемого множества является аффинным обобщением понятия δ -прикасаемого множества, которое ввел Ю.Г. Решетняк в статье [2, с. 382].

Введем следующие обозначения: A^n – n-мерное аффинное пространство; точки и подмножества аффинного пространства A^n будем обозначать заглавными латинскими буквами. В пространстве A^n рассматривается обычная топология. Если множество $F \subset A^n$, то *intF*, ∂F – соответственно внутренность и граница множества F.

Выпуклое тело в пространстве A^n, границей которого является эллипсоид, будем называть «заполненным» эллипсоидом. Образ множе-