2. Anderson, D.F. The Zero-Divisor Graph of a Commutative Ring / D.F. Anderson, P.S. Livingston // Journal of Algebra. – 1999. – 217(2). – P. 434–447.

3. Akbari, S. On Zero-Divisor Graphs of Finite Rings / S. Akbari, A. Mohammadian // Journal of Algebra. – 2007. – 314. – P. 168–184.

4. Akbari, S. When Zero-Divisor Graph is Planar or a Complete r-partite Graph / S. Akbari, H.R. Maimani, S. Yassemi // Journal of Algebra. – 2003. – 270. – P. 169–180.

5. Belshoff, R. Planar Zero-Divisor Graphs / R. Belshoff, J. Chapman // Journal of Algebra. – 2007. – 316. – P. 471–480.

6. Kuz'mina, A.S. Nilpotent Finite Rings with Planar Zero-Divisor Graphs / A.S. Kuz'mina, Yu.N. Maltsev // Asian-European Journal of Mathematics. – 2008. – 1(4). – P. 565–574.

Нильпотентные конечные кольца с планарными графами делителей нуля

***А.С. Кузьмина*[1], *А.Н. Мальцев*[2]**

[1]АлтГПА, г. Барнаул, [2]АлтГУ, г. Барнаул

В данной работе рассматриваются ассоциативные кольца.

Графом делителей нуля кольца R называется граф, вершинами которого являются все ненулевые делители нуля кольца (односторонние и двусторонние), причем две различные вершины x,y соединяются ребром тогда и только тогда, когда либо $xy=0$, либо $yx=0$ (см. [1]).

Часто в работах, посвященных графам делителей нуля, изучается строение колец, графы делителей нуля которых обладают тем или иным свойством. Так, в статьях [2–5] исследуются коммутативные кольца с единицей, графы делителей нуля которых планарны.

В настоящей работе полностью описаны нильпотентные конечные кольца (необязательно коммутативные) с планарными графами делителей нуля.

Введем обозначения и определения, используемые в настоящей работе. Пусть для простого числа p

$$N_{0,p} = \left\langle a; a^2 = 0, pa = 0 \right\rangle;$$

$$N_{0,p^2} = \left\langle a; a^2 = 0, p^2 a = 0 \right\rangle;$$

$$N_{p,p} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; a, b \in GF(p) \right\};$$

$$N_{p^2} = \left\langle a; a^2 = pa, p^2 a = 0 \right\rangle;$$

$$N_{p,p^2} = \left\langle a; a^2 = pa, p^3 a = 0 \right\rangle;$$

$$N_{0,p^3} = \left\langle a; a^2 = 0, p^3 a = 0 \right\rangle.$$

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема.

Теорема. *Пусть R – конечное нильпотентное кольцо, имеющее планарный граф делителей нуля. Тогда R изоморфно одному из следующих типов колец:*

1) $N_{0,p}$, *p=2,3,5;*

2) $N_{0,4}$*;*

3) $N_{p,p}$, *p=2,3;*

4) N_{p^2} *; p=2,3;*

5) $N_{2,4}$.

6) $R = \langle a \rangle + \langle b \rangle$, *4a=0,2b=0:*

6-1) $a^2=b$, $ab=ba=2a$, $b^2=0$*;*
6-2) $a^2=0, ab=ba=2a, b^2=0$*;*
6-3) $a^2=2a, ab=ba=2a, b^2=0$*;*
6-4) $a^2=2a, ab=ba=0, b^2=2a$*;*

7) $R = \langle a \rangle + \langle b \rangle + \langle c \rangle$, *2a=2b=2c=0:*

7-1) $a^2=b$, $b^2=0$, $ab=c$, $c^2=0$*;*
7-2) $a^2=b^2=0, ab=-ba=c, ac=ca=bc=cb=c^2=0$*;*
7-3) $a^2=c, ab=ba=0, b^2=c, ac=ca=bc=cb=c^2=0$.

8) $N_{0,2} \oplus N_{0,2}$.

Библиографический список

1. Akbari, S. On Zero-Divisor Graphs of Finite Rings / S. Akbari, A. Mohammadian // Journal of Algebra. – 2007. – 314. – P. 168–184.

2. Akbari, S. When Zero-Divisor Graph is Planar or a Complete r-partite Graph / S. Akbari, H.R. Maimani, S. Yassemi // Journal of Algebra. – 2003. – 270. – P. 169–180.

3. Belshoff, R. Planar Zero-Divisor Graphs / R. Belshoff, J. Chapman // Journal of Algebra. – 2007. – 316. – P. 471–480.

4. Smith, N. Infinite Planar Zero-Divisor Graphs / N. Smith // Communications in Algebra. – 2007. – 35. – P. 171–180.

5. Yao, Y. Infinite Rings with Planar Zero-Divisor Graphs / Y. Yao // Communications in Algebra. – 2008. – 36. – P. 4068–4077.

Фильтры в решетках $L_q(M \cdot N)$

С.В. Ленюк

АлтГУ, г. Барнаул

В работе [1] был решен вопрос А.И. Будкина из Коуровской тетради о мощности фильтров в решетке квазимногообразий метабелевых групп без кручения. Попутно в той же работе решался вопрос о мощности фильтров в решетке квазимногообразий метабелевых групп. При решении последнего вопроса существенно использовалась финитная аппроксимируемость конечно порожденных метабелевых групп. Позднее автором изучались фильры в решетке квазимногообразий групп $L_q(A \cdot N_c)$ и $L_q(N_c \cdot A)$. В настоящей работе изучаются фильтры в решетках квазимногообразий групп, содержащихся в классе $L_q(M \cdot N)$, где M, N – малые квазимногообразия. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть M, N – малые квазимногообразия групп. Квазимногообразие N содержит все абелевы группы. Кроме того, пусть любая конечно порожденная группа из N не содержит элементов порядка р для бесконечного множества простых чисел. Тогда любой фильтр в решетке $L_q(M \cdot N)$ континуален.

Библиографический список

1. Ленюк, С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий метабелевых групп / С.В. Ленюк // Сиб. мат. журнал. – 1998. Т. 39, №1.