$H = dom_G^{\mathcal{M}}(H)$ для любой группы G из $\mathcal{M}$, содержащей H в качестве подгруппы.

Данная работа посвящена исследованию групп, абсолютно замкнутых в квазимногообразиях абелевых групп.

Обозначим $\boldsymbol{N}$ – множество натуральных чисел, $\boldsymbol{P}$ – множество простых чисел, Z_n – циклическая группа порядка n.

Каждому квазимногообразию $\mathcal{M}$ абелевых групп поставим в соответствие множество $\xi\left(\mathcal{M}\right) = \{p \in \boldsymbol{P} | (\exists k \in \boldsymbol{N})\, (Z_{p^{k-1}} \in \mathcal{M} \& Z_{p^k} \notin \mathcal{M})$ и для $p \in \xi\mathcal{M}$ зафиксируем $k=k(p)$ из определения $\xi\mathcal{M}$.

Известно [3], что произвольная абелева группа разлагается в прямую сумму полной и редуцированной подгрупп. Обозначим через H_r редуцированную подгруппу группы H. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $\mathcal{M}$ – произвольное квазимногообразие абелевых *групп, $H \in \mathcal{M}$. Группа H абсолютно замкнута в $\mathcal{M}$* тогда и только тогда, когда для любого элемента g бесконечного порядка из H_r, любого $p \in \xi\left(\mathcal{M}\right)$ и соответствующего ему $k = k(p)$ выполнено: $g^{p^{k-1}} \in {H_r}^{p^k}$, где ${H_r}^{p^k}$ – группа, порождённая p^k-ми степенями элементов группы H_r.

Библиографический список

1. Isbell J.R. Epimorphisms and dominions // Proceedings of the Conference on Categorical Algebra, La Jolla, 1965. – Springer-Verlag, New York, 1966. – P. 232–246.
2. Budkin A.I. Dominions in quasivarieties of universal algebras // Studia Logica, 78, № 1-2 (2004), 107–127.
3. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика, 47, №5 (2008), 541–557.

УДК 512.57

О 2-квазитождествах в группах

М.В. Шефер

АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп, которое можно задать системой квазитождеств вида

$$(\forall x_1)\ \dots\ (\forall x_n)(t_1(x_1,\dots,x_n) = 1 \to t_2(x_1,\dots,x_n) = 1),$$

называется полумногообразием. В [1] (см. также 2.5.1 – 2.5.6 [2]) была выявлена тесная связь между полумногообразиями и группами с одним определяющим соотношением, что позволило использовать глубокие результаты теории групп при исследовании полумногообразий. В данной работе делается следующий шаг изучения квазитождеств, а именно, исследуются 2-квазитождества, т.е. квазитождества вида

$$(\forall x_1)\ \dots\ (\forall x_n)(t_1(x_1,\dots,x_n) = 1\ \&\ t_2(x_1,\dots,x_n) = 1 \to$$
$$\to t(x_1,\dots,x_n) = 1).$$

Далее всюду через M обозначается квазимногообразие, заданное тождествами

$$(\forall x)(x^4 = 1), (\forall x)(\forall y)([x,y]^2 = 1), (\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z] = 1).$$

При написании квазитождеств кванторы всеобщности будем опускать.

Напомним, что квазитождество называется тривиальным, если оно истинно в любой группе из квазимногообразия M, либо ложно в любой неабелевой группе из M.

Теорема. *Следующие 2-квазитождества*

$\Phi = ([x,y]^{m_1}[x,z]^{s_1}[y,z]^{t_1} = 1\ \&[x,y]^{m_2}[x,z]^{s_2}[y,z]^{t_2} = 1$
$\to [x,y]^{m_3}[x,z]^{s_3}[y,z]^{t_3} = 1),$

$\Theta = ([x,y]^{m_1}[x,z]^{s_1}[y,z]^{t_1} = 1\ \&[x,y]^{m_2}[x,z]^{s_2}[y,z]^{t_2} = 1 \to$
$\to\ x^{k_3}y^{l_3}z^{u_3}[x,y]^{m_3}[x,z]^{s_3}[y,z]^{t_3} = 1)$, где $k_3 \neq 0,\ 0 \leq l_3, u_3 < 4,$

$\Sigma = ([x,y]^{m_1}[x,z]^{s_1}[y,z]^{t_1} = 1\ \&x^{k_2}y^{l_2}z^{u_2}[x,y]^{m_2}[x,z]^{s_2}[y,z]^{t_2} = 1 \to$
$\to [x,y]^{m_3}[x,z]^{s_3}[y,z]^{t_3} = 1)$, где $k_2 \neq 0{,}2,\ 0 \leq l_2, u_2 < 4,$

$\Omega = ([x,y]^{m_1}[x,z]^{s_1}[y,z]^{t_1} = 1\ \&x^{k_2}y^{l_2}z^{u_2}[x,y]^{m_2}[x,z]^{s_2}[y,z]^{t_2} = 1 \to$
$\to\ x^{k_3}y^{l_3}z^{u_3}[x,y]^{m_3}[x,z]^{s_3}[y,z]^{t_3} = 1)$,где $k_2 \neq 0{,}2,\ 0 \leq k_3, l_2, u_2 <$
$4, i = 2{,}3,$

в которых $0 \leq m_j, s_j, t_j < 2, j = 1{,}2{,}3,$ *тривиальны в M.*

Библиографический список

1. Будкин А.И., Горбунов В.А. К теории квазимногообразий алгебраических систем // Алгебра и логика. 14, №2 (1975), 123-142.

2. Будкин А.И. Квазимногообразия групп. – Барнаул, Изд-во Алт. ун-та, 2002.