4. Dronov S.V., Dementjeva E.A. A new approach to post-hoc problem in cluster analysis // Model Assisted Statistics and Applications. – 2012. – Vol. 7, № 1. – P. 49–55.

УДК 510.223

Единственность сегмента класса N, исчерпываемого всеми своими подсегментами

С.В. Дронов
АлтГУ, г. Барнаул

Работа выполнена в аксиоматике альтернативной теории множеств (AST), подробное изложение основных положений которой можно найти в [1]. В этой теории вслед за множествами, образующими нулевой уровень сложности объектов и теоретико-множественными классами (*Sd*-классы, первый уровень) следуют так называемые σ- и π-классы. Приведем два этих определения. Пусть, как обычно, через **FN** обозначен класс всех конечных натуральных чисел. Если $X_n, n \in \mathbf{FN}$ – какая-то цепочка теоретико-множественных классов, то класс $X = \bigcup\{X_n, n \in \mathbf{FN}\}$ называют σ-классом, а $Y = \bigcap\{X_n, n \in \mathbf{FN}\}$, соответственно, π-классом. Такие классы подробно изучены в [1] и на них основаны многие фундаментальные конструкции AST.

Будем пользоваться также понятием сегмента (начального отрезка) класса натуральных чисел **N.** Это понятие неоднократно вводилось и обсуждалось в работах автора. Известно, что если сегмент теоретико-множественно определим (*Sd*-сегмент), то он, либо совпадает со всем классом **N**, либо является натуральным числом.

В настоящей работе делается попытка заменить класс **FN** в определениях σ- и π-классов на некоторый более широкий сегмент C, который, таким образом, играет роль более далекого горизонта, чем ближайший, ограничиваемый в AST конечными натуральными числами. Конечно же, любой разумный горизонт не может быть четким, поэтому для всех рассматриваемых ниже сегментов C мы потребуем, чтобы они являлись последовательными, то есть

$$(\forall n \in \mathbf{N})\,(n \in C) \Rightarrow (n+1 \in C).$$

Следуя [2], сегмент A класса натуральных чисел **N** далее будем называть C-исчерпываемым, если найдется неубывающая последовательность натуральных чисел, заданная на C и не являющаяся стабилизирующейся, для которой $A = \bigcup\{n_k, k \in C\}$.

Такую последовательность $n_k, k \in C$ будем далее называть исчерпывающей для A. Ясно, что если мы разрешим исчерпывающей последовательности стабилизироваться, то к семейству C-исчерпываемых сегментов добавятся все натуральные числа. Данное же нами определение, очевидно, обеспечивает, что любой C-исчерпываемый сегмент является последовательным. Дополнительно исключим из нашего рассмотрения и случай $C=$ **N**. Тем самым, мы рассматриваем только те сегменты, которые не являются Sd-классами.

В работе доказаны следующие несложные свойства семейства исчерпываемых сегментов.

Лемма 1. *Пусть A,B,C – сегменты,* $C \subset B \subset A$. *Если оба сегмента A,B являются C-исчерпываемыми, то A B-исчерпываем.*

Лемма 2. *Пусть A,B,C – сегменты,* $C \subset B \subset A$. *Если A является C-исчерпываемым, и B-исчерпываемым, то сегмент B также C-исчерпываем.*

Основным результатом работы является следующее утверждение, показывающее, что в определенном смысле «самоисчерпываемый» сегмент существует ровно один. Вопрос о наличии подобных сегментов и их строении возник в процессе распространения понятия σ-алгебры измеримых классов за горизонт **FN** в [2].

Теорема. *Если сегмент A исчерпывается каждым своим последовательным подсегментом, то* A=**FN**.

Основная идея доказательства этой теоремы состоит в обосновании того, что каждый подсегмент A в этом случае должен являться σ-сегментом, а у любого сегмента, большего **FN**, обязательно есть подсегменты, не являющиеся таковыми. Последний факт обоснован в [3].

Библиографический список

1. Вопенка П. Альтернативная теория множеств. Новый взгляд на бесконечность. – Новосибирск, 2004.

2. Дронов С.В. Неполные пределы и структура семейства измеримых классов в AST // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/1 (77).

3. Дронов С.В., Козлов С.Д. О строении изотонного группоида на классе натуральных чисел в AST // Сиб. матем. журн. – 1994. – №35, вып. 3.