$su(2)+(R^{n-4}\oplus_A R)$, где + обозначает прямую сумму алгебр Ли, $\oplus$ – полупрямую сумму алгебр Ли, с некоторым гомоморфизмом $A: R \to Der(R^{n-4})$.

Для вычисления спектра использован пакет аналитических вычислений Maple.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант НШ–2263.2014.1), Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О спектре оператора кривизны конформно плоских римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2013. – Т. 450(2):140.

2. Milnor J. Curvature of left invariant metric on Lie groups // Advances in mathematics. – 1976. – V. 21.

3. Бессе А. Многообразия Эйнштейна. – М.: Мир, 1990. – Т. 1, 2.

УДК 514.116

О формулах тригонометрии Лобачевского в терминах рациональной тригонометрии

С.В. Пастухова

АлтГУ, г. Барнаул

В [1] введены такие основные определения рациональной тригонометрии, как квадрация (quadrance) и апертура (spread) и выведены 5 законов рациональной тригонометрии: теорема Пифагора, закон апертуры, закон пересечений, тройные формулы для апертур и квадраций.

В [2] понятия рациональной тригонометрии расширены для тригонометрии Лобачевского.

В настоящей работе с помощью законов и методов рациональной тригонометрии выведены основные законы тригонометрии Лобачевского в терминах рациональной тригонометрии.

Теорема. Обозначим через a, b – катеты, c – гипотенузу, A, B – острые углы гиперболического треугольника ABC
Углы и стороны треугольника ABC связаны следующими основными формулами (в них k – постоянная Лобачевского) (формулы I-V).

В терминах рациональной тригонометрии они будут иметь вид:

I. Аналог теоремы Пифагора

Классическая формула:

$$\mathrm{ch}\left(\frac{a}{k}\right) = \mathrm{ch}\left(\frac{a}{k}\right)\mathrm{ch}\left(\frac{b}{k}\right);$$

Рациональный аналог:

$$1 - \ Q\left(\frac{c}{k}\right) \ = (1 - Q\left(\frac{a}{k}\right))(1 - Q\left(\frac{b}{k}\right));$$

II. Решения прямоугольного треугольника

Классическая формула: $\mathrm{sh}\left(\frac{a}{k}\right) = \mathrm{sh}\left(\frac{c}{k}\right)\sin(A)\,;$

1)

2) $\mathrm{th}\left(\frac{a}{k}\right) = \mathrm{sh}\left(\frac{b}{k}\right)\mathrm{tg}\,(A);$

3)

4) $\mathrm{th}\left(\frac{a}{k}\right) = \mathrm{th}\left(\frac{c}{k}\right)\cos(B)\,;$

5)

6) $\cos(B) \ = \mathrm{ch}\left(\frac{b}{k}\right)\sin(A)\,;$

7)

8) $\mathrm{ch}\left(\frac{c}{k}\right) = \mathrm{ctg}\,(A)\mathrm{ctg}\,(B);$

Рациональный аналог:$Q\left(\frac{a}{k}\right) = Q\left(\frac{c}{k}\right)S(A);$

1)

2) $\dfrac{Q\left(\frac{a}{k}\right)}{1-Q\left(\frac{a}{k}\right)} = Q\left(\frac{b}{k}\right)\dfrac{S(A)}{C(A)};$

3)

4) $\dfrac{Q\left(\frac{a}{k}\right)}{1-Q\left(\frac{a}{k}\right)} = \dfrac{Q\left(\frac{c}{k}\right)}{1-Q\left(\frac{c}{k}\right)}C(B);$

5)

6) $C(B) = \ S(A)\left(1 - Q\left(\frac{b}{k}\right)\right);$

7)

8)

III. Аналог теоремы синусов

Классическая формула:

$$\frac{\mathrm{sh}\left(\frac{\boldsymbol{a}}{k}\right)}{\sin\,(A)} = \frac{\mathrm{sh}\left(\frac{b}{k}\right)}{\sin\,(B)} = \frac{\mathrm{sh}\left(\frac{\boldsymbol{a}}{k}\right)}{\sin\,(C)}\;;$$

Рациональный аналог:

$$\frac{Q\left(\frac{a}{k}\right)}{S(A)}=\frac{Q\left(\frac{b}{k}\right)}{S(B)}=\frac{Q\left(\frac{c}{k}\right)}{S(C)};$$

IV. Аналог теоремы косинусов

Классическая формула:

$$\operatorname{ch}\left(\frac{c}{k}\right)=\operatorname{ch}\left(\frac{b}{k}\right)\operatorname{ch}\left(\frac{c}{k}\right)-\operatorname{sh}\left(\frac{b}{k}\right)\operatorname{sh}\left(\frac{c}{k}\right)\cos(A);$$

Рациональный аналог:

$$Q\left(\frac{a}{k}\right)=Q\left(\frac{c}{k}\right)+Q\left(\frac{b}{k}\right)-Q\left(\frac{c}{k}\right)Q\left(\frac{b}{k}\right)(1+C(A))$$
$$+2\sqrt{\left(1-Q\left(\frac{b}{k}\right)\right)\left(1-Q\left(\frac{c}{k}\right)\right)Q\left(\frac{b}{k}\right)Q\left(\frac{c}{k}\right)C(A)};$$

V. Соотношение, связывающее сторону и три угла

Классическая формула:

$$\operatorname{ch}\left(\frac{a}{k}\right)=\frac{\cos(A)+\cos(B)\cos(C)}{\sin(B)\sin(C)};$$

Рациональный аналог:

$$1-Q\left(\frac{a}{k}\right)=\frac{C(A)+C(B)C(C)+2\sqrt{C(A)C(B)C(C)}}{S(B)S(C)}.$$

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» на 2012-2016 годы «Развитие Алтайского государственного университета в целях модернизации экономики и социальной сферы Алтайского края и регионов Сибири» (мероприятие «Конкурс грантов-2014», № 2014.312.1.4)

Библиографический список

1. Wildberger N.J. DIVINE PROPORTIONS: Rational Trigonometry to Universal Geometry. Sidney, 2005.

2. Wildberger N.J. Universal Hyperbolic Geometry I: Trigonometry [Электронный ресурс]. URL: http://arxiv.org/pdf/0909.1377v1.pdf.