УДК 519.635.8

Задача о распределении температуры в глубоководном озере, окруженном горным массивом с теплым притоком

Е.П. Жданов, Е.М. Жданова, И.В. Каракулова
АлтГУ, г. Барнаул, ААЭП, г. Барнаул

Исследования распределения температурного поля в глубоководных водоемах в естественных условиях: на фоне гидродинамических процессов и наличии конвекции и теплопроводности, а также солнечной активности, образующих среду для развития экосистем, вызывают постоянно растущий научный и практический интерес. Наиболее интересным и обсуждаемым явлением при этом является образование термобара, который оказывает большое влияние на распространение примесей и биологически активных элементов. Исследованию в этой области посвящены ряд работ зарубежных исследователей, например, F.A. Forel (1880), G.K. Rogers (1966), D.F. HibbardandJ.D. Spain (1973), R.A. MollandM. Brahce (1980), D.W. Bolgrien (1995), а также российских, например, А.И. Тихомиров (1959) исследовал возникновение термобара в Ладожском озере, Б.О. Циденов и А.В. Старченко в 2011 году использовали математическую модель для моделирования распределения температуры в озере Байкал, ряд исследователей в различные годы исследовали термобар в Телецком озере. В весенне-летний период образование и развитие термобара в глубоководном водоеме может существенно зависеть от речного притока с относительно высокой температурой, что характерно, в частности, для Телецкого озера.

При математическом моделировании исследователи, как правило, строили или одномерную вертикальную модель или двумерную продольно-вертикальную. Это объясняется значительной сложностью моделируемых процессов, относительной слабостью вычислительной техники, поскольку учет третьего измерения вносит существенные усложнения в математическую модель. Как правило, исследователи при моделировании глубоководного водоема ограничивались влиянием на гидро- и термодинамические процессы теплых поверхностных боковых притоков и стоков (при их наличии) и осредненным теплопритоком от солнца. Однако, в случае трехмерной модели встает вопрос о теплообмене с окружающей водоем горной породой, которая при больших глубинах может иметь более высокую температуру, чем вода в нижних слоях водоема, а также вопрос о теплообмене с прилгающем к поверхности воды слоем воздуха, особенно при наличии ветров. Особую сложность при моделировании вызывает учет теплового нагрева окружающих берегов, имеющих освещенные и затененные участки, меняющиеся при движении солнца. В целом, рассмотрение теплообмена с окружающей водоем твердой средой вызывает необходимость моделирования теплового режима в ней с учетом тепловых потоков снизу и от участков, подвергающихся диффузионному и солнечному облучению, и теплоотдачи в воздушную среду.

В данной работе была сделана попытка построения математической модели вытянутого глубоководного водоема, окруженного горами, по размерам, форме зеркала, профилю и конфигурации притока и стока напоминающего Телецкое озеро.

Математическую модель составляют уравнения Навье-Стокса, примененные к объему Vв тензорном виде:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{W} dV + \oint [\mathbf{F} - \mathbf{G}] ds = \int_V \mathbf{H} dV,$$

и уравнение переноса энергии в интегральной форме

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho E dV + \oint_S [\rho H(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) + \mathbf{v}_g p] d\mathbf{s} = \oint_S \dot{\mathbf{q}}'' d\mathbf{s} + \oint_S \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{s} + \int_V \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} dV + \int_V s_u dV,$$

где C – фракция вещества или плотность в однородной среде,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho\mathbf{v} \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \\ \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \otimes \mathbf{v} + p\mathbf{I} \\ \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) H + p\mathbf{v}_g \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{T} \\ \mathbf{T}\mathbf{v} + \dot{\mathbf{q}}'' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} S_u \\ \mathbf{f} \\ S_u \end{bmatrix},$$

ρ, $\mathbf{v}$, E, p – соответственно, плотность, скорость, полная удельная энергия, давление в жидкости. $\mathbf{T}$ – тензор напряжения вязких сил, $\dot{\mathbf{q}}''$ – поток тепла, $\mathbf{v}_g$ – вектор сеточной скорости. Энергия определяется как $E = H - p/\rho$, а энтальпия $H = h + |\mathbf{v}|^2/2$ и $h = C_p T$. $\mathbf{H}$ – вектор массовых сил. Для ламинарного течения тензор напряжения

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_l = \mu \left[\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right],$$

для турбулентного течения полный тензор напряжения $\mathbf{T} = \mathbf{T}_l + \mathbf{T}_t$, где $\mathbf{T}_t$ – тензор Рейнольдса. В приближении Буссинеска$\mathbf{T} = \mathbf{T}_l (\mu + \mu_t) / \mu$.

В модели имеются три среды: вода, воздух и твердое тело. Для газовой и жидкой сред добавляются уравнения состояния: идеального газа и IAPWS-IF97 для воды.

Поскольку при постановке задачи не ставилась цель провести конкретный расчет определения стратификации по температуре в известном водоеме, а лишь исследовалась возможность проведения расчетов в трехмерных областях контактируемых между собой трех физических сред, то и краевые условия задавались в упрощенном виде: заданные величины потоков массы на источнике и стоке, расположенных в противоположных частях водоема при известной температуре на входе и формируемой – при выходе из водоема. В соответствии с заданным профилем дна и уровнем зеркала средняя скорость по сечению потока составила значение, близкое к 1 м/с. Так как поле скоростей в водоеме неизвестно, и только лишь должно асимптотически определиться, то скорости в начальный момент времени задавались равными нулю. Это задание приводит к колебаниям уровня воды во время "разгона" водной массы. В качестве ориентира для определения теплового режима была определена дата 1 июля 12 часов дня, а в качестве местоположения – географические координаты Телецкого озера. Этот выбор позволил конкретизировать исходное поле температуры водоема (без учета более теплых вод притока) и температуру притока по наблюдениям в р. Чулышман. Для воздушной среды в модели использовалась начальная скорость 1 м/с в продольном направлении с такими же краевыми условиями на входе. Построенная геометрия по аналогии с Телецким озером представляла собой горное окружение (рис. 1), непреодолимое для воздушных масс с боковых поверхностей и ограниченное проницаемой плоскостью сверху.

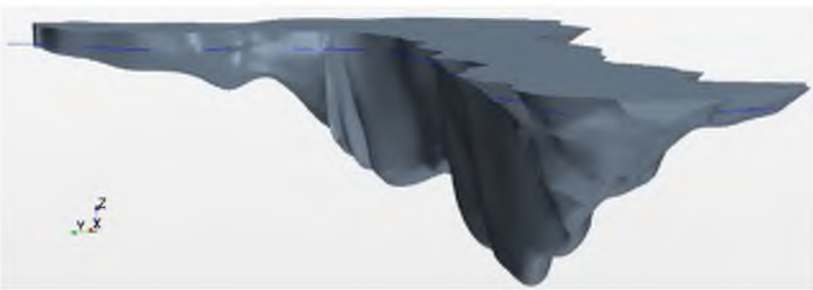

Рис. 1. Объем, занимаемый водной и воздушной средой (над пунктирной линией)

Горный массив задавался некоторой областью (рисунок 2), окружающей жидкие среды. В качестве распределения температур использовалась линейная зависимость температуры от глубины слоя, что еще требует дополнительного исследования.

Рис. 2. Геометрия горного массива

В ходе решения задачи была построена неравномерная тетраэдральная сетка с разными характерными размерами для каждой из сред (рис. 3). На характерных границах областей сетка значительно загущалась. Вследствие большого продольного размера водоема – свыше 53 км общее число ячеек в задаче получилось равным 12,6 млн.в изотропном варианте. Число световых пятен на границах раздела прозрачных сред для расчета солнечного облучения – более 1700. При таком количестве пятен учет диффузионного излучения, а также падающего, поглощенного, прошедшего и отраженного солнечного света при условии выполнения закона излучения Кирхгофа существенно отразилось на времени расчета слоя времени.

Построение такой модели стало возможным с использованием современной программы трехмерного моделирования гидро- термодинамики, химических и электромагнитных процессов STARCCM+, хорошо зарекомендовавшей себя в многочисленных тестовых расчетах и инженерных решениях. В настоящее время эта программа стала де-факто стандартом в научном сообществе при сопоставлении получаемых результатов математического моделирования. Данная программа имеет широкие возможности настройки на исследуемые модели, позволяя экспериментировать, интегрирована как с многочисленными программами аналогичного направления, так и с такими языками программирования как FORTRAN, C, Java.

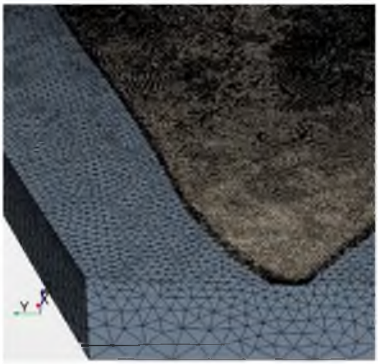

Рис. 3. Отображение сетки в твердой и жидкой средах. Глубина притока 3 м – менее 1% от толщи области почвы

В настоящее время она широко используется в многочисленных инженерных центрах, а также в зарубежных и нескольких российских ведущих университетах для преподавания на продвинутых курсах и проведения исследований.

УДК 532.5

Численное исследование влияния тепловых режимов на динамику и процессы теплопереноса в сферическом слое со свободными границами

А.В. Закурдаева, Е.В. Резанова
АлтГУ, г. Барнаул

Изучение процессов формирования сферических микробаллонов [1-4] связано с исследованием различных температурных режимов на свободных границах области. В данной работе исследуется сферический слой вязкой несжимаемой жидкости в условиях невесомости, содержащий внутри себя газовый пузырек [1-3]. Растворенный в жидкости газ представляет собой пассивную добавку. Внутри пузырька давление, плотность и абсолютную температуру можно считать функциями только времени, связанными уравнением Менделеева-Клапейрона.

Пусть область $R_1(t) < r < R_2(t)$ задает сферически симметричный слой, где $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ – его внутренняя и внешняя свободные границы. Задача сводится к определению положения свободных границ $R_1(t)$ и $R_2(t)$, скорости $\upsilon(t,r)$ и распределения температуры в жидкости $T(t,r)$. В качестве математической модели рассматриваемой задачи используется уравнение теплопереноса (1) и следствие системы уравнений Навье-Стокса (2) в области $R_1(t) < r < R_2(t)$. Уравнения записаны в безразмерном виде [2, 4]:

$$T_t + \upsilon \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{Pe} r^{-2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \chi(T) \frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{2} V^2 (R_1^2 + R_2^2)(R_1 + R_2) R_1^{-3} R_2^{-3} + \\ &+ \mathrm{Re}^{-1} \cdot \left[P'_g - P'_{vn} - 2\overline{Si}\sigma(T)(R_1 + R_2) R_1^{-1} R_2^{-1}\right] R_1 R_2 (R_2 - R_1)^{-1} - \\ &- 4\,\mathrm{Re}^{-1} \nu(T) V (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) R_1^{-2} R_2^{-2}, t > 0; V(0) = V_0, \end{aligned} \tag{2}$$