$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + u\frac{\partial z_s}{\partial x} - W = 0, \qquad (12)$$

где $z_s=z_s(t,x)$ – уравнение поверхности CD.
Обозначения:
$b(x,z)$ – ширина водохранилища;
$B(x)$ – ширина по свободной поверхности;
L – длина водохранилища;
$h(x)$ – глубина водохранилища;
q_s – тепловой поток через границу вода воздух;
τ_w – ветровое касательное напряжение.

Исходные данные: $L=70000$ *м*, $h_{max}=150$ *м*, $T_0=10°C$, внешняя температура $T_{вн}=15°C$. Период 2,5 месяца. $u_0=w_0=0$. Режим расходов на входе 0,01 ед. на выходе 0,0216 ед. На входе задавался линейный профиль сходимости на выходе параболический.

Краевая задача (1)–(3), (7)–(12) решается численно с использованием среды CD-Adapco *Star CCM+ 9.02*.007.

Библиографический список

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: учеб. для вузов / 7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

2. Неверов А.С., Саженков А.Н., Кузиков С.С., Папин А.А. Расчёт гидродинамических процессов водохранилища ГЭС. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1986. – 80 с.

УДК 551.345 + 539.3

Численное моделирование процесса суффозионного выноса грунта

С.С. Кузиков, А.А. Папин, А.Н. Сибин
АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассматривается численное решение профильной задачи-суффозионного выноса грунта. При достижении скоростью фильтрации определенной величины происходит вынос частиц грунта из области течения. В качестве математической модели используются уравнения сохранения массы для воды, подвижных твердых частиц и неподвижного пористого скелета, а также закон Дарси для воды и подвижных твердых частиц и соотношение для интенсивности суффозионного потока. Описан алгоритм численного решения

профильной задачи движения воды и твердых частиц без учета деформации пористой среды. При заданной концентрации подвижных твердых частицпроведены расчеты тестовой задачи, определены давление и скорость водной фазы. Сравнение найденной скорости с критической позволяет найти область суффозионного выноса.

Следуя [1, 2] рассмотрим движение воды и подвижных твердых частиц в пористой среде. Пусть φ– пористость, c– концентрация твердых подвижных частиц, ρ_s и ρ_f– истинные плотности жидкой и твердой фаз соответственно. Для скорости движения воды в пористой среде справедлив закон Дарси

$$\vec{v}_2 = -k_f(\nabla p + \rho_f \vec{g}),$$

где k_f – коэффициент фильтрации, p – давление, $\vec{g}$ – ускорение силы тяжести, ∇ – оператор градиента. Для скорости подвижных твердых частиц как правило используется зависимость $\vec{v}_3 = \lambda \vec{v}_2$, $\lambda \in (0,1)$, а скорость грунта $\vec{v}_1 = 0$. Тогда законы сохранения массы имеют следующий вид

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-\varphi)\rho_s) = -\dot{m}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-c)\varphi\rho_f) - div((1-c)\varphi\rho_f k_f(\nabla p + \rho_f \vec{g})) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(c\varphi\rho_s) - div(c\varphi\rho_s \lambda k_f(\nabla p + \rho_f \vec{g})) = \dot{m}. \quad (3)$$

Постулируется, что суффозионный поток $\dot{m}$ определяется соотношением

$$\dot{m} = \alpha\rho_s(1-\varphi)c\varphi|\vec{v}_3 - \vec{v}_1 - \vec{v}_k|,$$

при $|\vec{v}_3 - \vec{v}_1| \geq |\vec{v}_k|$ и $\dot{m} = 0$ при $|\vec{v}_3 - \vec{v}_1| < |\vec{v}_k|$. Здесь α– положительная постоянная, $\vec{v}_k$– заданныйвектор критической скорости.

Граничные условия определяются свойствами среды, с которой контактируют грунтовые воды. Условия на границе с неподвижным мерзлым грунтом описаны в [3].

При заданной концентрации подвижных частиц грунта система (1)–(3)примет вид

$$div(a(c,\varphi)(\nabla p + \rho_f \vec{g})) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -(1-\varphi)c\varphi|k_f(\nabla p + \rho_f \vec{g})|, \quad (5)$$

где $a(c,\varphi) = (c\lambda + 1 - c)\varphi k_f$.

Следует отметить следующее обстоятельство: если концентрация подвижных частиц грунта есть заданная функция $c > 0$ и известны v_k и v_2, то из уравнения(5) получим представление для пористости

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\varphi_0 + (1-\varphi_0)e^{-\int_0^t c|\vec{v}_2 - \vec{v}_k| d\tau}}. \quad (6)$$

Модуль критической скорости может быть рассчитан по формуле[4]

$$v_k = 4.2\varphi\sqrt[9]{g\nu^7}\frac{1}{\sqrt[3]{37.21\frac{\nu k_f}{\varphi g}}}, \quad (7)$$

гдеν – кинематический коэффициент вязкости воды. Кроме того из (6) следует $\varphi_0 \leq \varphi \leq 1$, здесь$\varphi_0$–это начальное значение пористости.

В случае $a = const$ уравнение (4)принимает вид

$$\Delta p = 0, \quad (8)$$

Решение уравнения (8) ищется в области$\Omega = \{0 \leq x \geq b,\ 0 \leq y \geq d\}$ при следующих граничных условиях см. рисунок 1

$$\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{\Gamma_1} = -g\rho_f; \quad \frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{\Gamma_2} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{\Gamma_3} = -g\rho_f;$$

$$p|_{\Gamma_4} = -g\rho_f y + p_0; \quad p|_{\Gamma_5} = -g\rho_f y;$$

здесь p_0– давление водонасыщенного грунта.

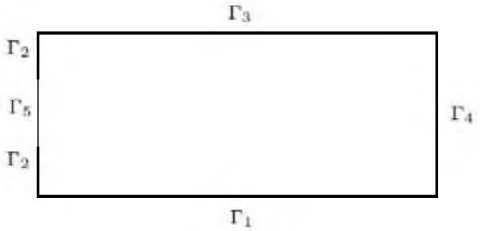

Рис. 1. Расчетная область

Уравнение для pрешаем методом переменных направлений. Разностная схема запишется следующим образом [5]

$$\omega_1 p_{k+1/2} - \Lambda_1 p_{k+1/2} = \omega_1 p_k + \Lambda_2 p_k,$$

$$\omega_2 p_{k+1} - \Lambda_2 p_{k+1} = \omega_2 p_{k+1/2} + \Lambda_1 p_{k+1/2},$$

$$\Lambda_1 p = \frac{p(i+1,j) - 2p(i,j) + p(i-1,j)}{h_1^2},$$

$$i = 1, \ldots, N_1 - 1;$$

$$\Lambda_2 p = \frac{p(i,j+1) - 2p(i,j) + p(i,j-1)}{h_2^2},$$

$$j = 1, \ldots, N_2 - 1;$$

где итерационный параметр $\omega_\alpha = \sqrt{\delta_\alpha \Delta_\alpha}, \delta_\alpha = (4/h_\alpha^2)\sin^2(\pi h_\alpha/2l_\alpha), \Delta_\alpha = (4/h_\alpha^2)\cos^2(\pi h_\alpha/2l_\alpha)$, $\alpha = 1,2$; N_1, N_2– число разбиений l_1 и l_2; l_1 и l_2 длина и ширина области соответственно; $h_1 = l_1/N_1$ и $h_2 = l_2/N_2$– шаги разбиения l_1 и l_2.

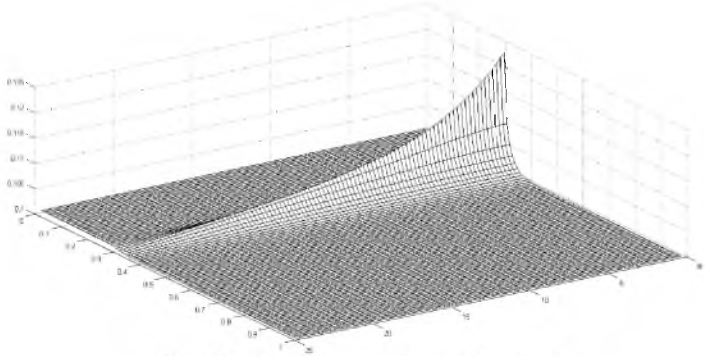

Рис. 2. График изменения модуля скорости

Численный расчет проводился при $\varphi = 0.25$, $g = 9.8$ м/c^2, $\nu = 1307 \cdot 10^{-6} м^2/c$; $k = 10^{-2}$ м/c,$b = 2500$ м, $d = 100$ м для этих значений постоянных из (7) найдем критическую скорость v_k=0.11 м/c.

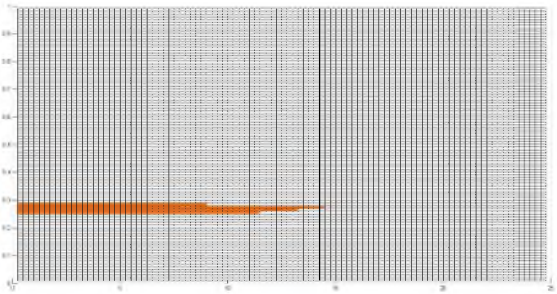

Рис. 3. Областьэрозии

Модуль скорости изображен на рисунке 2. Находя пересечение поверхностей описывающих модули скорости фильтрации и критической скорости, после достижения которой начинается суффозионный процесс определяем область внутренней эрозии см. рисунок 3.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства №2014/2, грантов РФФИ №13-08-01097 и 13-01-98016.

Библиографический список

1. Vardoulakis Sand-production and sand internal erosion: Continuum modeling // Alert School: Geomechanical and Structural Issues in Energy Production – 2006.

2. Папин А.А., Гагарин Л.А., Шепелев В.В., Сибин А.Н., Хворых Д.П. Математическая модель фильтрации грунтовых вод, контактирующих с многолетнемерзлыми породами // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2013. Вып. 1/2 (77).

3. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Ципкин Г.Г. Тепломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. – М. : Наука, 1996.

4. Рекомендации по методике лабораторных испытаний грунтов на водопроницаемость и суффозионную устойчивость. – Ленинград, 1983.

5. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М. : Наука, 1978.

УДК 539.3

Численное решение задачи о напряженном состоянии вблизи трещины отрыва

С.С. Мадерн, А.В. Устюжанова
АлтГУ, Барнаул

При наличии трещины в упругом материале возникает необходимость анализа напряженного состояния вблизи вершины трещины с целью определения признаков возможного распространения трещины и последующего разрушения материала. Задачам исследования напряженного состояния в окрестности трещин посвящены ряд работ [1–3].

Рассматривается плоская задача о напряженном состоянии материала в окрестности трещины. Исследуемая область имеет вид прямоугольника, стороны которого расположены вдоль осей координат x, y. Трещина расположена в центре прямоугольника и представляет собой прямолинейный горизонтальный разрез. Берега разреза являются частью общей границы области.