Библиографический список

1. S. Goldstein. Modern Developments in Fluid Dynamics. New York, Dover Publication, 1938, переиздание: 1965.

2. M.D.J. Schreuder, C.A. Brewer, and C. Heine. Modelled Influences of Non-exchanging Trichomes on Leaf Boundary Layers and Gas Exchange // J. Theor. Biol., 2001, volume 210, pp. 23-32.

3. K.-H. Hoffmann, N.D. Botkin, and V.N. Starovoitov. Homogenization of interfaces between rapidly oscillating fine elastic structures and fluids // SIAM J. Appl. Math., 2005, volume 65, no. 3, pp. 983-1005.

4. G. Allaire and M. Briane. Multiscale convergence and reiterated homogenization // Proc. R. Soc. Edinb., 1996, issue 126A, pp. 297-342.

5. M.A. Genaev, A.V. Doroshkov, T.A. Pshenichnikova, N.I. Kolchanov, D.A. Afonnikov. Extraction of quantitative characteristics describing wheat leaf pubescence with a novel image-processing technique // Planta, 2012, volume 236, pp. 1943-1954.

УДК 517.958

Просачивание двухфазной жидкости через пористый грунт: вывод нелокальной модели Био методом двухмасштабной сходимости

С.А. Саженков[1], Е.В. Саженкова[2]

[1]ИГиЛ СО РАН, НГУ, Новосибирск

КРИ Хэйлунцзянского университета, Харбин;

[2]НГУЭУ (НИНХ), Новосибирск

1. Постановка задачи. Рассматривается модельная линейная задача описания малых возмущений двухфазной вязкой сжимаемой жидкости в упругом пористом грунте. Движение жидких компонент описывается нестационарными уравнениями Стокса, движение упругого грунта – уравнениями Ламэ линейной теории упругости. На границе между жидкой и упругой фазами выполняется условие непрерывности перемещений и условие Рэнкина–Гюгонио. Эта система уравнений дополняется начальными условиями для перемещений и скоростей и условиями неподвижности на внешней границе.

Считается, что жидкость полностью заполняет поры и что размер пор очень мал по отношению к размеру всего пористого тела. В связи с этим естественным образом в постановке задачи возникает малый параметр $\varepsilon > 0$ – отношение характерных размеров пор и всего пористого тела. Также считается, что обе компоненты двухфазной жидкости являются слабовязкими. Более точно, коэффициенты вязкости пропорциональны квадрату малого параметра, $\mu_1, \mu_2 = O(\varepsilon^2)$, а коэффициент межфазного трения связан с малым параметром линейным соотношением, $K_F = \varepsilon K_F^0,\ K_F^0 = const.$

2. Процедура гомогенизации. Структура пористого тела снабжается периодической геометрией с периодом ε и проводится усреднение (гомогенизация) исходной системы, то есть предельный переход в уравнениях и краевых условиях при $\varepsilon \to 0$. Процедура усреднения (гомогенизации) основана на систематическом применении метода двухмасштабной сходимости Аллера–Нгуетсенга [1, 2] и математически строго обоснована.

Определённая сложность при предельном переходе возникает в связи с тем, что коэффициенты вязкости наряду с ε являются малыми параметрами $\mu_1, \mu_2 = O(\varepsilon^2)$. Это приводит к тому, что пространственные градиенты семейств перемещений, $\nabla_x w_\varepsilon$, не ограничены равномерно по ε в жидкой области. Успешно преодолеть эту сложность позволяет лемма о продолжении [3].

В результате процедуры гомогенизации устанавливается предельная двухмасштабная система интегро-дифференциальных уравнений, содержащая два вида независимых переменных: микроскопические (быстрые) и макроскопические (медленные).

3. Предельные эффективные уравнения Био. Проведена асимптотическая декомпозиция двухмасштабной предельной системы, то есть разделение масштабов. Как результат, выведены эффективные уравнения, независимыми переменными в которых являются только медленные (макроскопические) переменные. Этими уравнениями оказались неклассические интегро-дифференциальные уравнения типа уравнений Био [4]. Доказано, что начально-краевая задача для уравнений Био является корректной.

Работа поддержана грантом РФФИ (код проекта 13-01-00529).

Библиографический список

1. Allaire G. Homogenization and two-scale convergence // SIAM J. Math. Anal. – 1992. – Vol. 23. – № 6. – P. 1482–1518.

2. Nguetseng G. A general convergence result for a functional related to the theory of homogenization // SIAM J. Math. Anal. – 1989. – Vol. 20. – P. 608–623.

3. Clopeau T., Ferrin J.L., Gilbert R.P., Mikeli\'{c} A. Homogenizing the acoustic properties of the seabed: Part II // Math. Comp. Modelling. – 2001. – Vol. 33. – P. 821–841.

4. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. – New York: Dover Publications, 1988. – 784 p.

УДК 517.95 + 532.582

Численное исследование краевой задачи о колебаниях тонкой ледовой пластины

К.А. Шишмарев
АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается движение жидкости в трехмерном канале, покрытом льдом. Канал имеет ширину $2L, (-L \leq y \leq L)$ и высоту $H, (-H \leq z \leq 0)$, $(-\infty < x < \infty)$ $(x, y, z$ – декартовы координаты). Лед рассматривается как тонкая вязкоупругая пластина, закрепленная на стенках канала $(y = -L, L)$. Нагрузка движется по пластине в положительном направлении оси x. В результате нагрузки пластина отклоняется от исходного состояния $(z = 0)$ на величину $w(x, y, t)$.

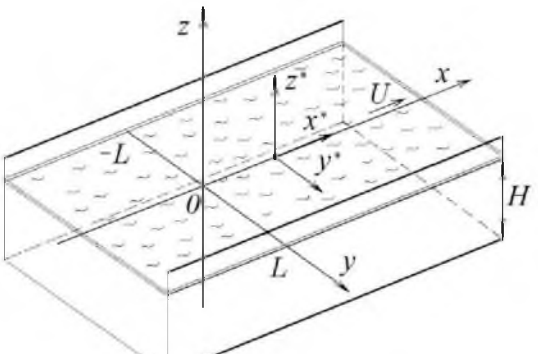

Рис. 1. Схема прямоугольного канала с ледовым покровом

Прогиб ледовой пластины $w(x, y, t)$ описывается уравнением вязко-упругих колебаний ледовой пластины [1] в следующем виде