прямоугольная сетка. Система уравнений Навье-Стокса и сопряженная система аппроксимируется конечно-разностной схемой построенной методом баланса.

Граничные управление и наблюдение для симметрических систем

С.С. Кузиков
АлтГУ, г. Барнаул

В работе исследуются задачи управления для симметрической системы двух дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных положительной по К. Фридрихсу [1]. В качестве управления берется одна из компонент искомой вектор-функции на участке границы, а минимизируемый функционал представляет собой квадрат нормы отклонения решения от заданной функции на другом куске границы. Исследован итерационный метод проекции градиента. Градиент функционала находится с помощью решения сопряженной задачи. Определены достаточные условия сходимости.

Библиографический список

1. Кузиков С.С. Оптимизация решения краевой задачи для симметрической системы с помощью граничных условий // Динамика сплошной среды: сб. научн. тр. – Новосибирск: Сиб. Отд-ние РАН, 2000. – Вып. 116.

Некоторые свойства решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений и устойчивость множества М

В.А. Миненко
АлтГПА, г. Барнаул

Рассматривается система $\frac{dx_i}{dt} = X_i(t, x_1, \dots, x_n)$ $(i = 1, \dots, n)$, где $X_i = X_i(t, x_1, \dots, x_n)$ и $\frac{\partial X_i}{\partial x_j}$ ($i, j = 1, \dots, n$) непрерывны на $E = J \times D$ ($J = (\underline{t}, +\infty)$, D – область в R^n). Или в векторной форме $\frac{dx}{dt} = X(t, x)$.

Пусть $x = x(t, x_0, t_0)$ – решение системы, для которого $x(t, x_0, t_0) = x_0$, $M \subset D$ и таково, что решение $x = x(t, x_0, t_0)$, где $x_0 \in M, t_0 \in J$, определено на $[t_0, t_0 + T]$, $t' \in [t_0, t_0 + T]$. Обозначим через $M_{t'}$ множество $\{x(t', x_0, t_0): x_0 \in M\}$.

Теорема 1. Если M – компактное множество, то $M_{t'}$ – компактное множество.

Теорема 2. Если M – компактное множество, то для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ общее для всех решений $x = x(t, x_0, t_0)$, где $x_0 \in M$, такое, что при условии $\rho(x(t', \bar{x}, t'); x(t', x_0, t_0)) < \delta$, где $t' \in [t_0, t_0 + T]$, выполняется $\rho(x(t, \bar{x}, t'); x(t, x_0, t_0)) < \varepsilon$ для $t \in [t_0, t_0 + T]$.

Определение 1. Пусть $L \subset D$ и решение $x = x(t, x_0, t_0)$, где $x_0 \in L, t_0 \in J$, определено на $[t_0, +\infty)$ и при $t \in [t_0, +\infty)$ $x(t, x_0, t_0) \in L$. Тогда множество L называется инвариантным справа.

Теорема 3. Если замыкание инвариантного справа множества L включается в D, то это замыкание является инвариантным справа множеством.

Определение 2. Пусть $N \subset D$ и $M \subset N$. Тогда, если решение $x = x(t, x_0, t_0)$, где $x_0 \in M, t_0 \in J$ определено на $[t_0, +\infty)$ и при $t \in [t_0, +\infty)$, $x(t, x_0, t_0) \in N$, то множество M называется N-инвариантным справа.

Теорема 4. (См. [1]) Если множество M – устойчиво, то множество M является N-инвариантным справа множеством.

Теорема 5. Если $\overline{N} \subset D$, то замыкание N-инвариантного справа множества M является $\overline{N}$-инвариантным справа множеством.

Теорема 6. Если $M \subset N, \{x: \rho(x, N) < \alpha\} \subset D$ ($\rho(x, N)$ – расстояние от точки x до N, α – некоторое положительное число), M – компактное и инвариантное справа множество, для некоторого $t_0 \in J$ и любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что для любого x_0 для которого $\rho(x_0, M) < \delta$, $\rho(x(t, x_0, t_0), N) < \varepsilon$ при $t \in [t_0, +\infty)$, то множество M – устойчиво.

Библиографический список

1. Миненко В.А., Березина Г.А. N-устойчивость множества M // МАК–2005: материалы Восьмой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2005.

Эффективный вязкоупругий предел с памятью для двухфазного течения в пористом грунте

Е.В. Саженкова[1], С.В. Хохлов[2],

[1]Новосибирский государственный университет экономики и управления (Нархоз)

[2]Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, НГУ, Новосибирск

Рассматривается линеаризованная изотермическая модель совместного движения упругого пористого грунта и двухфазной ньютоновской вязкой сжимаемой жидкости, целиком заполняющей поры. Предполагается, что термомеханическое взаимодействие жидких фаз происходит по схеме Рахматуллина. Контактный разрыв на границе между твердой и жидкой компонентами подчиняется классическим условиям Ренкина —Гюгонио и условиям локального термодинамического равновесия. Корректность для этой модели в классе обобщенных решений установлена в [1].

Поровое пространство снабжается периодической геометрией, и, соответственно, в модели вводится в рассмотрение малый параметр – отношение минимального периода структуры и диаметра всего пористого тела. Проводится процедура гомогенизации, то есть предельный переход в уравнениях модели при стремлении малого параметра к нулю. Таким образом, конструируется система предельных двухмасштабных уравнений. Искомые величины и коэффициенты уравнений в этой системе зависят одновременно от двух типов переменных: быстрых и медленных, то есть микроскопических и макроскопических, соответственно. Затем проводится процедура асимптотической декомпозиции, в результате которой выводится эффективная модель макроструктуры. Эта модель представляет собой систему интегро-дифференциальных уравнений динамики вязкоупругого тела с памятью формы предыдущих механических состояний. Эффективные коэффициенты в модели однозначно определяются по решениям задач на ячейке, несущих полную информацию о поведении микроструктуры.