2. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наукова думка, 1968.

3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.

О порядке стремления к нулю решения задачи Коши для уравнения Соболева

С.И. Янов
АлтГПА, г. Барнаул

Исследуется порядок стремления к нулю при $t \to \infty$ решения задачи Коши для уравнения С.Л. Соболева [1]:

$$\Delta u_{tt} + u_{x_3 x_3} = f(t,x), x \in \Re_3 \ , t \geq 0$$

$$u\big|_{t=0} = \phi(x),\ u_t\big|_{t=0} = \psi(x) \qquad (1)$$

Исследование поведения при $t \to \infty$ решения задачи Коши для уравнения Соболева проводилось в работах

С.Л. Соболева [1], С.А. Гальперна [2]. Для однородного уравнения Соболева ($f \equiv 0$) эта задача хорошо изучена.

В частности, асимптотические свойства решений при $n=3$ вытекают из результатов В.Н. Масленниковой [3], установленных для решений системы Соболева, при $n=2$ – из результатов В.Н. Масленниковой и М.Е. Боговского [4], при $n \geq 3$ – из работы С. В. Успенского и Г.В. Демиденко [5]. Ими была получена асимптотика

$$\left|u(t,x^0)\right| \leq Ct^{-(n-1)/2}$$

на любом компакте K при $x^0 \in K$, если $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi(x', x_n) dx_n = 0,$ $x' = (x_1, \ldots x_{n-1})$.

Однако порядок стремления решения задачи (1) (при $f \neq 0$) к нулю при $t \to \infty$ был не исследован.

В настоящей работе для случая задачи 1), когда $f \neq 0,\ \ \phi \equiv 0,$ $\psi \equiv 0,$ получена следующая теорема.

Теорема. Пусть $\forall t \geq 0$ $f(t,x) \in C_0^\infty(\Re_3),$ $\forall t \geq 0$ supp f(t,x) $\subset \omega_R = \{x \in \Re_3 : \left|x\right| < R\}$, функция $f(t,x)$ непрерывна и имеет порядок стремления к нулю $f(t,x) = O(1/t^{2+\alpha}),$ $\alpha \geq 0$ при $t \to \infty$. Тогда, если выполнено условие $\int\limits_0^t f(\tau,x)d\tau = O(1/t^{2+\alpha}),\ \ \alpha \ge 0$ при $t \to \infty$, то решение задачи (1) при $\phi \equiv 0, \psi \equiv 0$ на любом компакте K при $x^0 \in K$

$$u(t,x^0) = O(1/t^{2/5}) \quad \text{при } t \to \infty.$$

А, если для $\rho = \sqrt{(y_1 - x_1^0)^2 + (y_2 - x_2^0)^2}$ и $\forall t \ge 0$ выполнено условие

$$\int\limits_{\Re}\int\limits_{\Re_2} \frac{f(t,y',y_3)}{\rho} dy' = 0,$$

то решение задачи (1) при $\phi \equiv 0, \psi \equiv 0$ на любом компакте K при $x^0 \in K$

$$u(t,x^0) = O(1/t^{1/3}) \quad \text{при } t \to \infty.$$

Библиографический список

1. Соболев С.Л. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1954. – Т. 18. – №1. – С. 3-50.

2. Гальперн, С.А. Задача Коши для уравнения С.Л. Соболева / С.А. Гальперн // Сиб. мат. журн. – 1963. – Т. 4. – №4. – С. 758-773.

3. Масленникова В.Н. Оценки в L_p и асимптотика при $t \to \infty$ решения задачи Коши для системы С.Л. Соболева // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1968. – Т. 103. – С. 117-141.

4. Масленникова В.Н., Боговский М.Е. Система Соболева в случае двух пространственных переменных // Докл. АН СССР. – 1975. – Т. 221. – №3. – С. 563-566.

5. Успенский С.В., Демиденко Г.В. О поведении на бесконечности решений одной задачи С.Л. Соболева // Сиб. мат. журн. – 1983. – Т. 24. – №5. – С. 199-210.