

проходящего через i -тый элемент, а через U_i – напряжение между полюсами i -того элемента.

На следующем этапе пользователю предлагается ввести произвольную ориентацию в ребрах графа. Введенную ориентацию на ребрах графа считаем условной. В самом деле, направление тока заранее предсказать не всегда возможно, после определения I_i знак этой величины подскажет истинное направление тока по i -тому элементу. Аналогично знак величины U_i будет определяться выбранной ориентацией на ребре x_i , а именно под U_i будем понимать разность между потенциалами полюсов, соответствующих началу и концу i -той дуги.

На третьем этапе составляется матрица инцидентности B полученного орграфа. С помощью нее составляется система уравнений Кирхгофа для токов: $BI = 0$.

На следующем этапе пользователю предстоит получить систему уравнений Кирхгофа для напряжений. Для этого сначала нужно выделить остовное дерево графа, затем определить цикловой базис графа и найти вектор-циклы, соответствующие простым циклам, вошедшим в цикловой базис. Они-то и образуют цикломатическую матрицу C , которая используется для определения системы уравнений Кирхгофа для напряжений: $CU = 0$.

Решение задачи с помощью программы «Electro» происходит пошагово. Имеется возможность вернуться назад к любому этапу. Программа содержит множество подсказок (всплывающие строки, справка) и может использоваться как в практических, так и в обучающих целях.

Обзор подходов и методов поиска выражений в математической нотации

А. Е. Якушев
АлтГТУ, г. Барнаул

В наши дни математические выражения используются во множестве различных областей: наука, инженерия, образование и так далее. Более того, огромное их количество представлено повсеместно в сети Интернет. Соответственно, большим является и количество людей, в них заинтересованных. Поэтому задача поиска выражений в математической нотации становится все более важной и актуальной.

Сегодня традиционные поисковые системы (такие как, например, Google, Yahoo!, Яндекс) достаточно хорошо справляются с задачами поиска текста. Однако поиск математических выражений в подобных

системах, ориентированных на текстовую информацию, сталкивается с определенными трудностями. В частности, все эти системы оперируют символами и их порядком. А потому xu и x^y для них будут одним и тем же выражением, что, естественно, неверно с точки зрения математики.

В принципе главная проблема поиска математических выражений традиционными (текстовыми) поисковыми системами – поиск без учета структуры собственно формулы. Однако последняя играет очень большую роль в математике и напрямую влияет на возможные вычисления и результат.

В настоящее время выделяют два основных подхода к поиску формул в математической нотации [1]. Первый – генерация строкового представления формулы и поиск традиционными (текстовыми) методами. Второй – поиск с учетом структурного представления выражения.

Первый подход, используется в Цифровой библиотеке математических функций (Digital Library of Mathematical Functions) [2] и системе ActiveMath [3]. Данный способ обладает всеми недостатками, описанными выше, что не позволяет системам проводить мощный математический поиск. Например, выражение вида $a^2 + c = 2a$, где оба вхождения a должны обозначать одну и ту же переменную, не может быть ими представлено.

Ресурс MathWebSearch [4] представляет собой реализацию второго подхода к поиску. В его основе используются обратные индексы (inverted index). Подобный метод уже использовался (хотя и иначе) ранее в традиционных поисковиках – Google, Yahoo! – и расценивается авторами ресурса как наиболее перспективный в коммерческих целях, так как позволяет с приемлемой скоростью выдавать результат на больших объемах данных [5].

Суть метода – для формулы строится представление в формате MathML. По этому представлению (и соответствующему ему дереву) – строки XPath, используемые впоследствии для индексации. Каждая формула, как правило, может быть описана несколькими подобными строками. Однако использовать их все как индекс не представляется возможным, так как приведет к сильному увеличению размера индекса. Как компромисс авторы используют XPath строку для первой части выражения (первая XPath строка в разборе, соответствующая левой ветви дерева) и наиболее глубокой (наиболее глубокая ветвь дерева). Первая позволяет повторить начало формулы, а вторая более полно (с точки зрения авторов метода) характеризует собственно структуру формулы. Этот индекс авторы называют «первый в глубину поисковый индекс» (depth-first search index (DFS index)).

Помимо этого авторы попытались улучшить базовый метод, используя «первый в глубину поисковый индекс» (breadth-first search index (BFS index)). В данном способе индексом служит первый от корня уровень дерева разбора выражения, на котором есть более трех элементов.

И последним улучшением является комбинированное использование индексов.

Преимуществами данных методов является возможность поиска именно математических выражений с учетом структуры. Причем поиск с индексом «в глубину» выдает (согласно проведенным экспериментам) большее количество совпадений. Комбинированный же метод позволяет увеличить точность совпадений. Однако эксперимент проводился без использования алгоритмов определения релевантности результирующей выборки. С введением использования данных алгоритмов, поиск с индексом «в глубину» должен быть более полезным, так как он уменьшает возможность исключения из результирующей выборки нужных формул.

Недостатки методов заключены в неполном покрытии формул индексами. В результате некоторые формулы даже при очень близком сходстве могут не быть включены в итоговые результаты, другие же, наоборот, быть в результатах, хотя их структура лишь отдаленно напоминает структуру искомой формулы (например, наиболее глубокая ветка встречается в формуле более одного раза).

Рассмотрев подходы к осуществлению поиска выражений в математической нотации, можно сделать вывод, что метод перевода формулы в текстовое представление и поиска традиционными средствами не может учитывать многие особенности самих формул. Что прямым образом сказывается на качестве итоговой выборки. Однако в силу слабой развитости других подходов, данный способ гораздо проще в реализации. С другой стороны поиск выражений с учетом их структуры выглядит гораздо более перспективным, так как может учитывать и базовые математические операции и приведения. Также перспективным выглядит направление, связанное с использованием традиционных подходов при поиске формул. Например, индексирования или кластеризации.

Библиографический список

1. Kohlhase M. S. I. Artificial Intelligence and Symbolic Computation // A Search Engine for Mathematical Formulae. – Beijing, China, 2006. –P. 241-253.

2. A. M. B. Technical aspects of the digital library of mathematical functions // *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*. – 2003.
3. Libbrecht P. M. E. Proceedings of ICMS-2006 // *Methods for access and retrieval of mathematical content in ActiveMath*. – Springer Verlag, 2006.
4. Kohlhase M., Sucas I., Sucas M. Math Web Search. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://search.mathweb.org/> – Загл. с экрана.
5. Hijikata Y. H. H. Human Interface and the Management of Information. Designing Information Environments // *Search Mathematical Formulas by Mathematical Formulas*. – 2009. – P. 404-411.