Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 512.57

О доминионах подгрупп разрешимых групп

А.И. Будкин

АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп – это класс групп, определимый специальными формулами, называемыми квазитождествами.

Пусть M – произвольный класс групп. Для любой группы G из M и её подгруппы H доминионом dom $_{G}^{M}$(H) подгруппы H в группе G относительно класса M (либо в M) называется множество всех элементов из G, образы которых равны для каждой пары гомоморфизмов группы G в любую группу из M, совпадающих на H. Несложно заметить, что dom $_{G}^{M}$(-) является оператором замыкания на решетке подгрупп данной группы G, в том смысле, что он экстенсивный (доминион подгруппы H содержит H), идемпотентный (доминион доминиона подгруппы H равен доминиону H) и изотонный (если H – подгруппа группы B, то доминион H содержится в доминионе подгруппы B). Возникает понятие замкнутой подгруппы H в группе G (относительно класса M). Представляется интересным и естественным исследование замкнутых подгрупп. Существует тесная связь между понятием доминиона и амальгамами. Целесообразность изучения доминионов в квазимногообразиях обосновывается в [1] тем, что, согласно [2], только квазимногообразия среди аксиоматизируемых классов обладает полной теорией определяющих соотношений, позволяющей определить свободное произведение с объединенной подгруппой. Пусть H – подгруппа группы G, C - свободное произведение в данном квазимногообразии M группы G на G с объединенной подгруппой H. Группа H называется замкнутой в G (относительно M), если пересечение свободных сомножителей группы C совпадает с H. Группа H называется абсолютно замкнутой в классе M, если она замкнута в каждой группе из M, содержащей H. Группа H называется n-замкнутой в классе M, если она замкнута в каждой группе G из M, порожденной по модулю H n элементами. Отметим, что доминионы подробно изучены в квазимногообразиях абелевых групп [3, 4, 5, 6]. Исследованию доминионов в в классе нильпотентных групп также посвящен цикл статей. Выделим из них [7, 8]. В последнее время целенаправленно ведется изучение доминионов метабелевых групп [9, 10, 11, 12]. Доминионы универсальных алгебр исследовались в [14, 15, 16]. В данной работе исследуются доминионы абелевых подгрупп в группах из многообразий S и T групп, являющихся расширениями нильпотентных класса не выше c групп при помощи абелевых и абелевых групп при помощи нильпотентных класса не выше c групп, соответственно. Установлено, что изучение замкнутых подгрупп сводится к изучению доминионов конечно порожденных подгрупп конечно порожденных групп. Доказано, что если пересечение подгруппы H группы G из S с коммутантом G' тривиальное, то доминион H в G относительно S совпадает с H. Ранее [12] аналогичный результат был получен автором для группы без кручения H и класса метабелевых групп. Установлено, что любая неединичная абелева группа без кручения не является абсолютно замкнутой в классе T.

Библиографический список

1. Budkin A.I. Dominions in Quasivarieties of Universal Algebras // Studia Logica. – 2004. – V. 78, №1/2. – P. 107-127.

2. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.

3. Шахова С.А. О решетках доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // Алгебра и логика. – 2005. – Т. 44, № 2. – С. 238-251.

4. Шахова С.А. Условия дистрибутивности решёток доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // Алгебра и логика. – 2006. – Т. 45, № 4. – С. 484-499.

5. Шахова С.А. Об одном свойстве операции пересечения в решетках доминионов квазимногообразий абелевых групп // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, № 1. – С. 41-43.

6. Шахова С.А. О существовании решетки доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – Т. 69, № 1. – С. 31-33.

7. Magidin A. Dominions in varieties of nilpotent groups // Comm. Algebra. – 2000. – V. 28. – P. 1241-1270.

8. Шахова С.А. Абсолютно замкнутые группы в классе 2-ступенно нильпотентных групп без кручения // Матеем. заметки. – 2015. – Т. 97, № 6. – С. 15-18.

9. Будкин А.И. О доминионах в квазимногообразиях метабелевых групп // Сиб. матем. ж. – 2010. – Т. 51, № 3. – С. 498-505.

10. Будкин А.И. О доминионе полной подгруппы метабелевой группы // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, № 2. - С. 15-19.

11. Будкин А.И. О доминионах абелевых подгрупп метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2012. – Т. 51, № 5. – С. 608-622.

12. Будкин А.И. Об абсолютной замкнутости абелевых групп без кручения в классе метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2014. – Т. 53, № 1. – С. 15-25.

13. Будкин А.И. О замкнутости локально циклической подгруппы в метабелевой группе // Сиб. матем. ж. – 2014. – Т. 55, № 6. – С. 1250-1278. 14. Будкин А.И. О доминионах конечных групп // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – Т. 69, № 2. – С. 15-18. 15. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. Т. 47, № 5. – С. 541-557.

16. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008.- Т. 47, № 5 . – С. 541-557.

УДК 512.57

Об относительно свободных m-группах

С.В. Вараксин

АлтГУ, г. Барнаул

Напомним, решеточно упорядоченной группой (l-группой) G называется алгебраическая группа с определенными на ней решеточными операциями объединения $\vee$ и пересечения $\wedge$, устойчивыми относительно групповых операций [1]:

$$a(u\vee v)c=auc\vee avc \text{ и } a(u\wedge v)c=auc\wedge avc,$$

а m-группой (G,φ) называется l-группа G с определенной на ней одноместной операцией φ, которая является автоморфизмом второго порядка группы G и антиавтоморфизмом решетки G:

$$\varphi(xy)= \varphi(x)\varphi(y),\ \ \varphi(\varphi(x))=x,$$

$$\varphi(x\vee y)= \varphi(x)\ \vee\varphi(y),\ \varphi(x\wedge y)= \varphi(x)\ \wedge\varphi(y).$$

Группу G с частичным порядком P и автоморфизмом второго порядка φ называют ч. у. группой с реверсией, если из $x\leq y$ следует $\varphi(y)\leq \varphi(x)$. В работе [2] определены и изучались реверсивные автоморфизмы линейно упорядоченных групп. Пусть G – ч. у. группа с реверсией. Назовем m-группу (F,φ) свободной над G, если G − подгруппа F, порождает (F,φ) как m-группу, и произвольный порядковый φ-гомоморфизм ψ группы G в m-группу (H,φ) однозначно продолжается до m-гомоморфизма θ m-группы (F,φ) в (H,φ). Назовем m-группу (F,φ)