Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

Об изометричности четырехмерных групп Ли с гармоническим тензором Вейля

О.П. Гладунова, Д.Н.Оскорбин, Е.Д. Родионов
АлтГУ, г. Барнаул

В работах [1, 2] исследовались четырехмерные группы Ли с левоинвариантными римановыми метриками и гармоническим тензором Вейля. Естественно возникает вопрос о попарной неизометричности метрик с гармоническим тензором Вейля. В классе четырехмерных унимодулярных групп Ли он решен в [3]. В настоящей работе данный вопрос исчерпан в классе четырехмерных неунимодулярных групп Ли.

Настоящие исследования поддержаны Советом по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (грант НШ–921.2012.1), а также ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (гос. контракт № 02.740.11.0457).

Библиографический список

1. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // ДАН. – 2010. – Т. 432. – №3. – С. 301–303.
2. Гладунова О.П., Славский В.В. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных унимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // ДАН. – 2010. – Т. 431. – №6. – С. 736–738.
3. Гладунова О.П., Славский В.В. О гармноничности тензора Вейля левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных унимодулярных группах Ли // Мат. труды. – 2011. – Т. 14. – № 1. – С. 1–20.

Сети Штейнера для тетраэдра и параллелепипеда

К.О. Кизбикенов
АлтГПА, г. Барнаул

Известна проблема Штейнера [1], которая звучит так: даны n точек ($n \geq 3$) построить связное дерево с вершинами в этих точках минимальной длины. Эффективных алгоритмов решения этой задачи не известно. В этой работе приводится решение этой задачи для четырех точек в пространстве, которые находятся в общем положении (являются вершинами тетраэдра).

Пусть ABCD произвольный тетраэдр в пространстве. Выберем пару противоположных ребер, например, AB и CD. На ребре AB как на стороне построим равносторонний треугольник ABF. Вершина F таких треугольников опишет окружность с центром на стороне AB и радиуса $AB\sqrt{3}/2$. Эта окружность лежит в плоскости перпендикулярной AB и проходящей через ее середину. Точно также на ребре CD как на стороне построим равносторонний треугольник CDG. Вершины G тоже опишут аналогичную окружность. Будем искать точки F и G на этих окружностях, так, чтобы выполнялись следующие условия. Во первых, эти точки должны быть максимально удалены друг от друга, во вторых, отрезок FG должен пересекать отрезки AB и CD. Допустим, что такие точки существуют, тогда описываем окружность около треугольника ABF. Эта окружность пресечет отрезок FG в некоторой точку M, а окружность, описанная около треугольника CDG, пересечет этот отрезок в точке N. Причем точки F, M, N, G расположены в данном порядке на отрезке FG. Тогда отрезки AM, MB, MN, NC и ND образуют искомую сеть Штейнера. Если не удается построить точки M и N удовлетворяющие вышеприведенным условиям, то для данной пары ребер нет сети Штейнера и нужно выбирать другую пару противоположных ребер и повторить процедуру с начала. В случае, когда ни для одной пары ребер не удается построить сеть Штейнера, то тогда искомая кратчайшая сеть состоит из ребер, так называемый евклидов минимальный остов (ЕМОД). Написана программа на Mathematica, которая строит сеть Штейнера для тетраэдра и прямоугольного параллелепипеда.

Кубические параметрические кривые

В.Б. Ким

КемГУ, г. Кемерово

Кубической параметрической кривой называется кривая, заданная параметрическими уравнениями

$$x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3,$$

$$y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3,$$

$$z(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3.$$

Не умаляя общности, можно считать, что параметр t пробегает единичный отрезок. К таким кривым относятся сглаживающие сплай-