В итоге построена математическая модель позволяющая, оптимизировать процесс контейнерных поставок сырья. Компьютерная реализация модели, проведена в среде MS Excel.

Вычисления с ограничениями и алгоритмические проблемы

В.А. Ганов, В.Р. Карымов
АлтГУ, г. Барнаул

В работе [1] была доказана ω-противоречивость формальной арифметики. В частности, было установлено, что в этой системе доказуемы интуитивно ложные предложения. Поэтому безоговорочное использование методов формальной арифметики при доказательстве чего-либо оставляет сомнение в верности этого доказательства. В первую очередь это касается известных утверждений о нерекурсивности некоторых отношений, связанных с проблемой остановки машин Тьюринга.

Пусть $< z;x >$ обозначает инициальную машину Тьюринга, где z – код машины и x – ее аргументом. Известно, что не существует рекурсивной функции, $h_1(z,x)$, такой, что $h_1(z,x) = 1$, если $< z;x >$ останавливается, и $h_1(z,x) = 0$, если $< z;x >$ работает бесконечно [2, с. 43]. Это означает, что проблема остановки машин Тьюринга не является рекурсивной. Но доказательство этого факта осуществляется в рамках именно формальной арифметики. В связи с этим в данной статье рассматриваются различные способы сведения подобных неалгоритмических проблем к некоторым совокупностям родственных проблем, каждая из которых является рекурсивной.

Пусть $< z;x >_t$ обозначает машину $< z;x >$, которая работает с ограничением t на число тактов работы, при этом если $< z;x >$ не остановилась за t тактов, то работа $< z;x >_t$ считается бесконечной. Для таких машин также существует рекурсивная функция $h_2(z,x)$, аналогичная $h_1(z,x)$. При этом, если ограничение t является фиксированным, то $h_2(z,x)$ является вычислимой с некоторым ограничение t_1 которое находится эффективно по t. А если ограничение t не фиксировано, то ни $h_2(z,x)$ не является вычислимой ни с каким ограничением [3].

Более интересные подобные ситуации наблюдаются при рассмотрении обобщенных вычислениях с частичными оракулами. Но в этом случае понятие рекурсивности заменяется F-разрешимостью. Пусть записи $< z;x >^F$ и $< z;x >_t^F$ обозначают машины, аналогичные описанным выше машинам, но работающие с оракулом F. Тогда полная проблема остановки для указанных машин не является F-разрешимой ни при каком оракуле F. Но для частичного оракула возможны ситуации, когда машина не получает ответ на свой вопрос. В этом случае ее работа считается неопределенной, и говорят, что она застряла на вопросе. Тогда возникает более слабый вариант проблемы остановки (для незестревающих машин). Такой вариант этой проблемы решает следующий, так называемый гиперарифметический оракул F_0 [4, с. 42].

Теорема 1. *Существует оракул F0, удовлетворяющий следующим условиям: для любого* $< z;x >$

$$F_0(< z,x >) \cong \begin{cases} 0, \text{ } если & < z,x > \in B_0(F_0); \\ 1, \text{ } если & < z,x > \in \tilde{B}_0(F_0); \\ \text{не определено в остальных случаях.} \end{cases}$$

Здесь $B_0(F)$ (и, соответственно, $\tilde{B}_0(F)$) – множество инициальных машин $< z;x >$, для которых машина $< z;x >^F$ останавливается (и, соответственно, не застревает и работает бесконечно).

Далее, исследуются некоторые новые виды подобных проблем, связанные с общением машины с оракулом.

Пусть $B_1(F)$ и $\tilde{B}_1(F)$ – множества инициальных машин $< z;x >$, для которых $< z;x >^F$ задает соответственно конечное и бесконечное число вопросов.

Теорема 2. *Для любого оракула F множество* $B_1(F)$ *не является F-разрешимым.*

Таким образом, проблема распознавания конечности числа вопросов не является F-разрешимой. Но в следующем утверждении показывается существование оракула, который непосредственно разрешает более слабый вариант этой проблемы.

Теорема 3 [5]. *Существует оракул F_1, удовлетворяющий следующим условиям: для любого* $< z;x >$

$$F_1(< z,x >) \cong \begin{cases} 0, \text{ } если & < \mathrm{z,x} > \in B_1(F_1); \\ 1, \text{ } если & < \mathrm{z,x} > \in \tilde{B}_1(F_1); \\ \text{не определено в остальных случаях.} \end{cases}$$

Таким образом, существует оракул F_1, который непосредственно решает проблему распознавания конечности числа вопросов для машин, не застревающих с F_1.

Теперь вводится ограничение s на количество задаваемых вопросов. $< z;x >_s^F$ обозначает машину $< z;x >$, работающую с оракулом F и ограничением s на число вопросов. В работе машины $< z;x >_s^F$ можно выделить следующие случаи:

1) $< z;x >_s^F$ задает не более чем s вопросов, получает на них ответы и останавливается с некоторым результатом;

2) $< z;x >_s^F$ задает не более чем s вопросов, получает на них ответы и работает бесконечно;

3) $< z;x >_s^F$ задает более чем s вопросов и на первые s вопросов получает ответы;

4) $< z;x >_s^F$ застревает на первых s вопросах.

Считается, что работа $< z;x >_s^F$ определена только в первом случае. Пусть $B_{1.s}(F)$ $B_{2.s}(F)$ $B_{3.s}(F)$ – множества инициальных машин $< z;x >$, которые с оракулом F и с ограничением s работают согласно указанным выше случаям 1, 2, 3 соответственно.

Теорема 4 [5]. *Существует оракул F_2, удовлетворяющий следующим условиям: для любых z, s*

$$F_2(< z, s >) \cong \begin{cases} 0, \text{ если } < z,s > \in B_{1.s}(F_2); \\ 1, \text{ если } < z,s > \in B_{2.s}(F_2); \\ 2, \text{ если } < z,s > \in B_{3.s}(F_2); \end{cases}$$

и в остальных случаях значения F_2 не определены.

Оракул F_2 решает проблему остановки для машин, которые, работая с F_2, задают не более чем s вопросов. Но F_2 слабее гиперарифметического оракула F_0, и график F_2 F_0-разрешимый. Тем не менее, F_2-вычислимые функции обладают некоторыми свойствами, аналогичными свойствам гиперарифметических функций. Наиболее важным таким свойством является существование F_2-вычислимых селекторных функций [4, с. 49].

Библиографический список

1. Белякин Н.В. Усиление одной теоремы Мостовского // Вестник Сибирского независимого института. – Новосибирск, 2010. –№1. – С. 51–74.
2. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М., 1972.
3. Ганов В.А., Карымов В.Р. Ограниченные вычисления с оракулами // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2009. – №1(61).
4. Ганов В.А., Белякин Н.В. Общая теория вычислений с оракулом. – Новосибирск: ИМ СОАН СССР, 1989.
5. Карымов В.Р. Вычисления с оракулом и фиксированным ограничением на число вопросов // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2010. – №1/2(65).

Нечеткие задачи кластеризации и представление их результатов

А.С. Герасимова

АлтГУ, г. Барнаул

Кластеризация – это задача разбиения заданного набора объектов на подмножества, причем требуется чтобы каждый кластер состоял из схожих объектов, а объекты разных кластеров существенно различались.

Пусть при изучении n объектов $X_1,...,X_n$ у каждого из них измеряется p показателей. Если все показатели числовые, то, не теряя общности, можно отождествить объекты с точками в p-мерном евклидовом пространстве. В зависимости от метода кластеризации объектов, могут возникать разные результаты. В основе понятия нечетких множеств лежит представление о том, что составляющие данное множество элементы, обладающие общим свойством, могут обладать этим свойством в различной степени и, следовательно, принадлежать к данному множеству с различной степенью.

Допустим, что известно количество k кластеров, на которые требуется разбить заданные объекты. Каждому из объектов X_j ставится в соответствие номер кластера $f(j)$, к которому он относится. Если j-й объект отнесен к i-му кластеру, то это можно закодировать цепочкой символов 0 или 1 длины k, где единственная единица стоит на i-м месте. Переходя на язык нечетких множеств, такие цепочки можно интерпретировать как задание k просто устроенных функций принадлежно-