

$$(\forall x)(\forall y)([x, y]^5 = 1).$$

Утверждение 1. $M = \text{var}(A)$.

Утверждение 2. Если группа G принадлежит классу $L(M)$, то G является 3-метабелевой.

Через S_p будем обозначать некоторую силовскую p -подгруппу группы G .

Утверждение 3. Если группа G принадлежит классу $L(M)$, то $G = S_3 \lambda S_2$.

УДК 512.552

О некоторых критериях коммутативности колец, не содержащих нильпотентных элементов

И.О. Сацевич

АлтГПА, г. Барнаул

Ассоциативное кольцо R называется редуцированным кольцом (или кольцом без нильпотентных элементов), если для любого элемента $a \in R$ из того что $a^n = 0$, где $n \in \mathbf{N}$, следует что $a = 0$.

Пусть $\mathbf{Z} \langle x_1, x_2, \dots \rangle = \mathbf{Z} \langle X \rangle$ – свободное ассоциативное кольцо и $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – ненулевой многочлен из $\mathbf{Z} \langle X \rangle$. Кольцо R удовлетворяет тождеству $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, если для любых $a_1, a_2, \dots, a_n \in R$ выполняется $f(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0$ [1,2].

В настоящей работе доказаны следующие результаты:

Теорема 1. Пусть R – ассоциативное кольцо с 1, удовлетворяющее тождеству $(x^n - x^m) + (x^n - x^m)f(x^2) = 0$, где $(n-m)$ – нечётное число, $f(1) = 0$, $f(t) \in \mathbb{Z}[t]$, коэффициент при старшей степени $f(t)$ равен 1. Тогда R – коммутативное кольцо.

Данная теорема является обобщением приведённого ниже результата из работы [3.]

Следствие. Пусть R – ассоциативное кольцо с 1, удовлетворяющее тождеству $(x^n - x^m) = 0$ где $(n-m)$ – нечётное число. Тогда R – коммутативное кольцо [3].

Теорема 2. Пусть R – ассоциативное редуцированное кольцо, удовлетворяющее тождеству

$$\left(x_1 x_2 x_3 + \sum_{\sigma \neq 1} \alpha_{\sigma} x_{\sigma(1)} x_{\sigma(2)} x_{\sigma(3)} \right) * \left(y_1 y_2 y_3 + \sum_{\sigma \neq 1} \beta_{\sigma} y_{\sigma(1)} y_{\sigma(2)} y_{\sigma(3)} \right) * \dots \\ \dots * \left(z_1 z_2 z_3 + \sum_{\sigma \neq 1} \gamma_{\sigma} z_{\sigma(1)} z_{\sigma(2)} z_{\sigma(3)} \right).$$

Тогда R – коммутативное кольцо.

Библиографический список

1. Джекобсон, Н. Строение колец. – М.: Изд-во ИЛ, 1961.
2. Mal'cev Y.N. The structure of associative algebras satisfying the polynomial identities and varieties of algebra. – Barnaul: Altai State University Publishers, 1994.
3. Maurer G., Szigety J. On rings satisfying certain polynomial identities // *Mathematica Pannonica*. – 1990. – №1/2. – С. 45–49.

УДК 512.12

Арифметические прогрессии высших порядков

П.М. Тушкин, Т.М. Тушкина

МБОУ «Гимназия №1», БТИ (филиал) АлтГТУ, г. Бийск

Как известно, арифметической прогрессией называется последовательность чисел, каждое из которых, начиная со второго, отличается от предыдущего на одно и то же число. Это число называется разностью прогрессии и обозначается d . Представим себе такую последовательность, в которой на одно и то же число отличаются друг от друга не соседние члены, а их разности. Такая последовательность называется арифметической прогрессией второго порядка. Аналогично определяется арифметическая прогрессия третьего, четвертого и т.д. порядков. Обычную арифметическую прогрессию можно считать арифметической прогрессией первого порядка.

Рассмотрим ряд натуральных чисел 1, 2, 3, 4, ... Это арифметическая прогрессия с разностью $d=1$.

Теперь рассмотрим последовательность квадратов 1, 4, 9, 16, ... Последовательность разностей: 3, 5, 7, ... является арифметической прогрессией с разностью $d=2$. Поэтому последовательность квадратов является арифметической прогрессией второго порядка с разностью $d=2$. Этот факт можно доказать, если рассмотреть последовательность