

Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 535.529:541.64

К вопросу о согласовании расходных характеристик полимерных сред при течениях в прямоугольных каналах переменного сечения

*Г.Л. Афонин, Г.В. Пышиноград
АлтГТУ, г. Барнаул*

В докладе министерства промышленности и энергетики России «Стратегия развития химической и нефтехимической промышленности РФ на период до 2015 года» указывается, что динамика потребления химической продукции на российском рынке показывает более чем благоприятные перспективы роста внутреннего спроса на продукцию химического комплекса со стороны населения, промышленного производства, строительного комплекса, сельского хозяйства, транспорта и других отраслей.

Вследствие этого происходит увеличение производства, в частности пластмасс и полиэтиленов различной структуры, а процесс производства приобретает большую значимость. При этом постоянно совершенствуются существующие и разрабатываются новые технологии получения изделий из полимерных материалов. В настоящее время наиболее популярной технологией производства является метод формования, при котором полимерный материал переводится в текучее состояние, затем раствору или расплаву придается требуемая форма с последующим затвердеванием или выпариванием. Анализ отдельных процессов формования включает рассмотрение реологии перерабатываемых полимерных материалов, а также основных закономерностей механического поведения систем в этих процессах. Таким образом, изучение технологических процессов переработки полимеров является актуальной практической задачей.

Чтобы использовать экспериментально наблюдаемые явления в технологии переработки, их следует описать с помощью математических уравнений. Это важно по следующим соображениям. Во-первых, такое описание дает возможность обобщения экспериментальных наблюдений с помощью параметров материала, которые могут быть определены в независимых опытах, во-вторых, оно позволяет предска-

зять неизвестные явления и исключать вредные эффекты путем изменения элементов конструкции перерабатывающего оборудования или условий технологического процесса.

Итак, описание течений полимерных жидкостей в различных узлах технологического оборудования требует формулировки реологического определяющего соотношения, что в свою очередь, невозможно без привлечения аппарата математики и математической физики. Другими словами, решение конкретных технологических задач требует формулировки закона поведения перерабатываемой полимерной системы, потому что такая формулировка имеет свою специфику.

Известно, что поведение полимерных материалов отличается от поведения жидкостей и твердых тел. Полимерная жидкость, или в общем случае сплошная среда, описываемая поведением бесконечного числа точек, и, следовательно, имеющая бесконечное число степеней свободы, не может быть рассмотрена в рамках классической динамики. Для ее описания требуется обобщение основных понятий и положений классической динамики. Таким путем приходят к уравнениям сохранения в механике сплошных сред. Уравнения законов сохранения в механике сплошных сред образуют замкнутую систему уравнений с точностью до некоторых неизвестных функций, характеризующих физические свойства материала. Конкретизация этих функций, называемых реологическими определяющими соотношениями, осуществляется в рамках одного из двух научных направлений: феноменологического подхода и статистического или микроструктурного подхода.

В настоящее время наиболее результативным является микроструктурный подход, основанный на модельных представлениях о динамике полимерных цепей. Уже достигнутые на основе этого подхода результаты позволяют сделать вывод о целесообразности его использования для описания поведения полимерной жидкости на разных стадиях технологического процесса. Одна из реализаций такого подхода приводит к модифицированной реологической модели Виноградова-Покровского.

Еще одним важным фактором при моделировании технологических процессов является задание геометрии расчетной области, которая может быть достаточно сложной. Поэтому изучение режимов течений полимерной жидкости в узлах технологического оборудования следует начинать с более простых примеров, которые, тем не менее, должны отражать специфику процесса. Например, это течения в каналах с прямоугольным сечением различной ширины, которые возникают при продавливании полимерного образца из резервуара в шелевой канал. Расчет такого течения требует применения численных методов меха-

ники сплошной среды, обеспечивающих согласование расходных характеристик на входе в резервуар и выходе из шелевого канала. При этом известно, что основным фактором, обеспечивающим такие характеристики, является градиент давления.

Поэтому, исходя из вышесказанного, была сформулирована цель работы: поиск согласованных значений градиента давления на входе и выходе из канала в случае установившегося течения нелинейной вязкоупругой жидкости с одним тензорным внутренним параметром в прямоугольном канале при изменении его ширины и сохранении удельного расхода.

Для достижения указанной цели предстояло решить следующие задачи:

- Оценить параметры реологической модели на основе данных, полученных при экспериментальном исследовании;
- Численно найти зависимости компонент тензора напряжений и продольной скорости от градиента давления и расстояния до стенки в плоскопараллельном течении;
- Найти связь удельного расхода от градиента давления при различных значениях ширины канала;
- Найти зависимость значений градиента давления во входном и выходном сечениях канала при изменении его ширины при заданном расходе.

В реологических исследованиях чаще всего анализируют течения в вискозиметрах, поэтому для решения первой задачи сначала были рассчитаны на основе модифицированной модели Виноградова-Покровского стационарные и не стационарные вискозиметрические течения, а также исследовано влияние параметров реологической модели на вид этих зависимостей. После этого параметры модели были оценены путем сопоставления рассчитанных зависимостей и экспериментальных данных.

При решении второй задачи записана система уравнений динамики полимерной жидкости в одномерном приближении, и численно решены полученные уравнения. Это позволило найти зависимости удельного расхода от градиента давления при различных значениях параметров модели, что в свою очередь дало возможность решения обратной задачи: подобрать градиент давления, обеспечивающий соответствующий удельный расход. Далее это позволило найти, как связаны между собой градиенты давления на входе и выходе из канала в случае изменении его ширины.

В ходе решения поставленных задач, получены некоторые новые результаты.

– Создан программный комплекс, направленный на оценку параметров обобщенной модели Виноградова-Покровского на основе экспериментальных данных, с целью последующего использования найденных значений для расчета различных характеристик полимерной жидкости. Проведен ряд сопоставлений теоретических характеристик полимерной жидкости с данными, полученными в ходе эксперимента;

– Найдены численные зависимости составляющих тензора напряжений и продольной скорости от градиента давления и расстояния до стенки. Проведено исследование точности теоретических зависимостей распределения продольной скорости для различных значений удельного расхода, найденных с помощью приближенного аналитического и точного численного решения. Показано, что теоретические зависимости, найденные численным решением, хорошо согласуются с экспериментальными данными, при этом аналитическое решение приводит к отклонению теоретических зависимостей от экспериментальных. Тем самым найдена причина отсутствия стационарных решений полной гидродинамической задачи при использовании аналитических выражений в качестве граничных условий на выходе из канала при расчетах двумерных течений.

– На основе численного решения найдено отношение градиента давления на входе в резервуар к градиенту давления на выходе при различных значениях ширины канала. Согласованы при заданном расходе значения компонентов тензора напряжения и продольной скорости. Полученные при численном решении соотношения могут быть использованы при адаптации численных методов двух- и трехмерных течений в качестве граничных условий для давления при решении полной гидродинамической задачи, а также начального приближения входного и выходного профилей и при моделировании течений полимерных жидкостей в зазоре между параллельными плоскостями, например, при формировании тонких пленок.

УДК 554.27

Фильтрация двух вязких сжимаемых жидкостей в пористой среде

И.Г. Ахмерова
АлтГУ, г. Барнаул

В докладе рассматриваются локальная разрешимость задачи фильтрации для уравнений одномерного нестационарного движения