

Численное моделирование процессов переноса тепла в свободном слое вязкой несжимаемой жидкости

О.Н. Гончарова, О.А. Кондратенко
АлтГУ, г. Барнаул

В работе изучаются нестационарные течения в плоском слое вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами, а также процессы теплопереноса в нем в случае, когда на свободных границах заданы дополнительные касательные напряжения, вызываемые спутным потоком газа [1]. Считается, что движение возникает из заданного начального состояния. На свободных границах выполняются кинематическое и динамические условия. Моделирование течений жидкости проводится на основе точных решений уравнений Навье-Стокса [2]. Данные решения характеризуются линейной зависимостью продольной компоненты скорости от продольной координаты. Проблема нахождения функций $f(t, z)$ и $Z(t)$, которые определяют поле скоростей и положение свободной границы, состоит в решении интегро-дифференциальных уравнений с помощью численного алгоритма «предиктор-корректор» [3].

Для моделирования температуры в слое решается начально-краевая задача для уравнения теплопроводности в прямоугольной области с движущимися «горизонтальными» границами. На «вертикальных» торцах данной области считаются выполненными условия мягкого типа для температуры, являющиеся следствием условий на бесконечности и уравнения переноса тепла. Для численного исследования процесса переноса тепла используется конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации. Переход на новый временной слой начинается с расчета пространственной сетки. С помощью интерполяционных формул Ньютона на новой пространственной сетке вычисляются значения всех искомых функций, известных на предыдущем временном слое.

В работе проведено тестирование алгоритма расчета функций $f(t, z)$ и $Z(t)$ на основе результатов, представленных в [1, 3]. Проведено численное исследование с использованием различных зависимостей функций $A(t)$, $\tilde{\tau}(t)$. На свободных границах предполагаются заданными температура T и дополнительные касательные напряжения $\tau(x, t)$

следующего вида: $T(x, \pm Z(t), t) = A(t) \frac{x^2}{2} + \Theta(t)$, $\tau(x, t) = x \tilde{\tau}(t)$. При

этом, действие термокапиллярных сил и дополнительных касательных напряжений может, как убывать с течением времени, так и возрастать, а касательные напряжения могут усиливать или ослаблять действие термокапиллярных сил. В случае отрицательных значений функции $A(t)$ (рис. 2, 3) можно говорить о нагреве «центральной» части границ слоя. В противном случае можно предположить, что источники тепла расположены на «торцах».

Проведено сравнение результатов о распределении температуры для различных типов мягких граничных условий на торцах [1, 4].

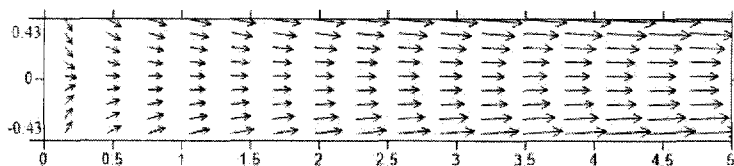


Рис. 1. Растекание слоя (правая часть слоя)

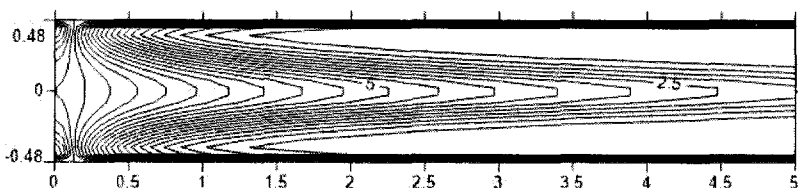


Рис. 2. Распределение температуры (момент времени $t=0.05$). Случай граничных условий на торцах вида $T_{xx}=0$. Здесь $A(t) = \frac{A_0}{1+t^2}$, $A_0 = -0.1$,

$$\tilde{\tau}(t) = A_{\tau} \frac{\tau_0}{1+t^2}, \quad A_{\tau}=400, \quad \tau_0 = -0.1.$$

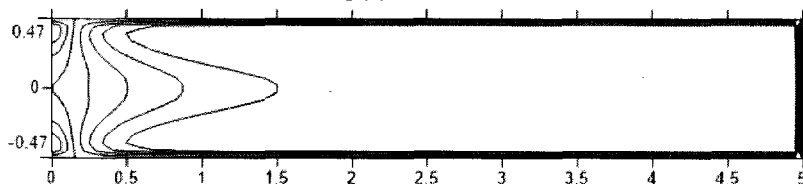


Рис. 3. Распределение температуры (момент времени $t=0.1$). Случай граничных условий на торцах вида $T_{\tau} + uT_{xx} = 0$. Здесь $A(t) = A_0 t \exp(t)$, $A_0 = -0.1$,

$$\tilde{\tau}(t) = A_{\tau} \tau_0 t \exp(t), \quad A_{\tau}=400, \quad \tau_0 = 0.1.$$

На рисунках 2, 3, 4 показано распределение температуры в слое жидкости в случае различных зависимостей от времени гладких функций $A(t)$ и $\tilde{\tau}(t)$. Исследования проводились в случае растекания слоя

(рис. 1). Положение свободной границы определяется как $Z_0 = 0,5$ при $t = 0$.

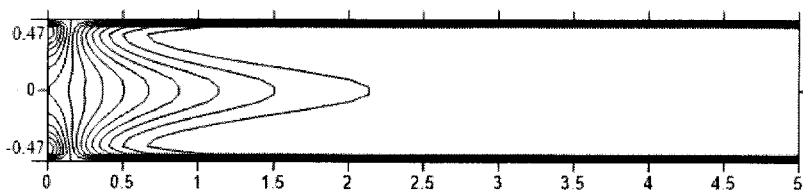


Рис. 4. Распределение температуры (момент времени $t=0.1$). Случай граничных условий на торцах вида $T_{xx}=0$. Здесь $A(t) = A_0 t \exp(t)$,

$$A_0 = -0.1, \quad \tilde{\tau}(t) = A_\tau \tau_0 t \exp(t), \quad A_\tau = 400, \quad \tau_0 = 0.1.$$

В работе представлены результаты численных исследований.

Работа выполнена в рамках проекта № 7.3975.2011 Алтайского государственного университета (поддержан Министерством образования и науки РФ) и программы стратегического развития ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» на 2012-2016 годы «Развитие Алтайского государственного университета в целях модернизации экономики и социальной сферы Алтайского края и регионов Сибири, мероприятие «Конкурс грантов» (№2013.312.1.66).

Библиографический список

1. Goncharova O.N., Kabov O.A. Deformation of a viscous heat conducting free liquid layer by the thermocapillary forces and tangential stresses // Analytical and numerical modeling, Microgravity sci. technol. — Vol. 22, №3. — P. 407–414.
2. Pukhnachov V.V. Model of a viscous layer deformation by the thermocapillary forces, Max-Planck-Institut fuer die Mathematik in den Naturwissenschaften. — Leipzig, 2000. — Preprint №50.
3. Пухначева Т.П. Численное решение задачи о деформировании вязкого слоя термокапиллярными силами // Симметрия и дифференциальные уравнения. — Красноярск, 2000. — С. 183–186.
4. Гончарова О.Н., Кондратенко О.А. Деформация вязкого теплопроводного слоя в условиях дополнительных касательных напряжений // Известия АлтГУ. — Барнаул, 2011. — Т. 69. — №1/2. — С. 23–31.