тим, что $t_1 \neq s_1$, иначе в силу замечания 2 дуга $\overline{K_1B}$ линии γ допускала бы 2 различных разбиения на *n-1* конгруэнтных дуг, что противоречило бы индукционному предположению. Пусть для определённости $t_1 < s_1$. Тогда $[a, t_1] \subset [a, s_1]$. Поэтому $\overline{a_1} \subset \overline{b_1}$. Тогда по крайней мере 1 из *n-1* интервалов $(s_1, s_2), (s_2, s_3), (s_{n-1}, b)$ не содержит ни одно из *n-2* значений $t_2, t_3, ..., t_{n-1}$, а значение t_1 и подавно ввиду линейного порядка на множестве [a,b]. Пусть это будет интервал (s_{i-1}, s_i), где $i>1$. Пусть j – наибольший из номеров таких, что $t_{j-1} \leq s_{i-1}$, где $j \geq 2$. Поскольку $t_j \notin (s_{i-1}, s_i)$, то $[s_{i-1}, s_i] \subset [t_{j-1}, t_j]$. Следовательно, $\overline{b_i} \subset \overline{a_j}$. Учитывая, что $\overline{b_i} = g\ (\overline{b_1})$, а $\overline{a_j} = f\ (\overline{a_1})$ при некоторых движениях *f* и *g*, запишем $g\ (\overline{b_1}) \subset f(\overline{a_1})$ и, повторяя рассуждения аналогичные приведённым в пункте А), получим: $\overline{b_1} \subset (g^{-1} \circ f)(\overline{a_1})$. Таким образом, дуга $\overline{b_1}$ содержится в образе своего собственного компактного подмножества $\overline{a_1}$ при движении $g^{-1} \circ f$, что противоречит теореме 1. Сделанное допущение ложно. Разбиение линии на *n* конгруэнтных дуг единственно. Теорема доказана.

Замечание 3. Теорема 2 не верна для замкнутых линий. Например, эллипс допускает бесконечное множество разбиений на 2 конгруэнтные части.

УДК 532.5

Моделирование двухслойных течений с учетом испарения с границы раздела

Е.В. Резанова

АлтГУ, г. Барнаул

В работе проводится моделирование стационарных конвективных течений жидкости и газа с учетом испарения жидкости на границе раздела. Двухслойная система состоит из жидкости и газа (точнее, смеси газа и пара), заполняющих горизонтальные слои с твердыми, непроницаемыми верхней и нижней границами (рис. 1). Данная система «жидкость – газ» находится под действием продольных градиентов температуры.

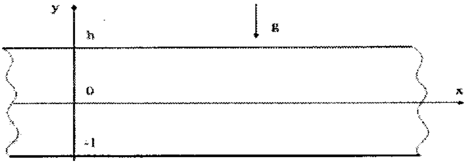

Рис. 1. Геометрия области течения

Математическая модель, с помощью которой определяются компоненты скорости, давление, температура жидкости и газа, а также концентрация пара (пассивной примеси) в верхнем слое, представляет собой систему уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска:

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+g(\beta T+\gamma C),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}=0,$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\chi\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\delta\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right)\right),$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right).$$

На границе раздела выполняются кинематическое и динамические условия, условия непрерывности скорости и температуры, а также условия, характеризующие перенос массы через границу раздела. На верхней и нижней твердых границах выполняются условия прилипания для скорости, и задана температура. На верхней твердой границе следует задавать условие для концентрации пара. В данной работе рассматривается условие равенства нулю концентрации пара либо его потока. Задача решается при условии заданного расхода газа. В предположении о недеформируемости границы раздела вместо условия о заданном расходе газа используются условия замкнутости потоков в верхнем и нижнем слое.

В работе представлены примеры течений: профили скоростей двухслойных течений системы «этанол-азот» при различных значениях продольных градиентов температуры. Высота нижнего слоя принята равной 1 см, а верхнего – h см.

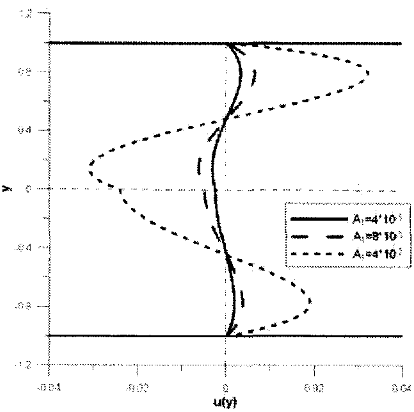

Рис. 2. Профили скорости при условии нулевой концентрации пара на верхней границе

На рисунке 2 изображены профили течений системы «этанол-азот» при условии поглощения пара на верхней твердой границе, что соответствует нулевому значению продольного градиента температуры A. Высота газового слоя h выбрана равной 1 см.

На рисунке 3 представлены профили скоростей течений системы «этанол-азот» при наличии расхода газа в верхнем слое. На верхней твердой границе $y=h$ см задается условие нулевого потока пара. Рисунок демонстрирует влияние продольного градиента температуры A_1, заданного на нижней твердой границе (y = -1), на вид течения, на значения скоростей. Здесь расход газа $Q = 9*10^{-4}$ г/(см*сек), продольный градиент температуры A=0 град/см.

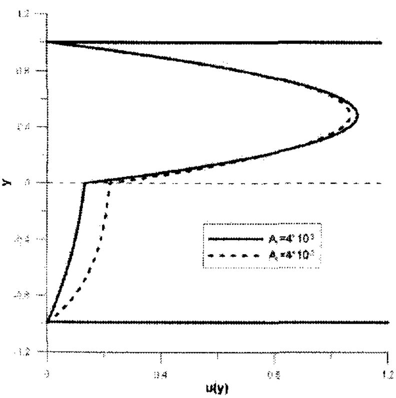

Рис. 3. Профили скорости при условии нулевого потока пара на верхней границе

В данной работе исследовано влияние продольных градиентов температуры, заданных на фиксированных границах, на характер двухслойных течений и на процесс испарения жидкости.

Автор выражает благодарность О.Н. Гончаровой за постановку задачи, обсуждение результатов и постоянное внимание к работе.

Работа выполнена в рамках проекта № 7.3975.2011 Алтайского государственного университета (поддержан Министерством образования и науки РФ) и программы стратегического развития ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» на 2012-2016 годы «Развитие Алтайского государственного университета в целях модернизации экономики и социальной сферы Алтайского края и регионов Сибири, мероприятие «Конкурс грантов» (№2013.312.1.66).

Библиографический список

1. Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Гидродинамика. – 1972. – №4.

2. Gonchrova O.N., Kabov O.A. Mathematical and numerical modeling of convection in a horizontal layer under co-current gas flow // Int. Journal of Heat and Mass Transfer. – 2010. – Vol. 53.

3. Андреев В.К., Гапоненко Ю.А., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Современные математические модели конвекции. – М., 2008.

4. Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Моделирование двухслойных течений с учетом испарения на основе точных решений. Ч. I. // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2013. – № 1/2(79). – С. 31–33.

УДК 517.9

Эффективный тензор вязкости в задаче гомогенизации уравнений динамики мелкодисперсной смеси несжимаемых жидкостей

Е.В. Саженкова[1], С.А. Саженков[2]

[1]Новосибирский государственный университет экономики и управления

[2]Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В работе [1] проведена процедура гомогенизации уравнений динамики мелкодисперсной смеси несжимаемых жидкостей. Особенностью постановки задачи являлось то, что от данных задачи не требовалось никаких условий упорядоченности, как то: периодичности, квазипериодичности, случайной однородности и т.п. Условия такого рода являются стандартными в теории гомогенизации (см., например, [2, 3]). Новизна работы [1] заключалась в том, что отсутствие условий упорядоченности полностью компенсировалось введением в рассмотрение двух новых технических инструментов. Во-первых, введены Н-меры Тартара, которые содержат полную информацию о поведении быстро осциллирующих механических характеристик смеси. Во-вторых, следуя рассуждениям в [4], конструируется транспортное уравнение вида классического уравнения Гамильтона–Якоби, решением которого служат Н-меры [5].