УДК 519.816

О принципе вариационного расширения моделей принятия решений при асимметрии информированности

А.В. Жариков, Е.В. Матюнин
АлтГУ, г. Барнаул

В приведенной работе рассматривается подход к исследованию моделей принятия решений при асимметрии информированности. В качестве примера приводится известная игра «Государство-Предприниматели» [4] в условиях разной информированности игроков о значениях параметров математической модели.

Математические модели поддержки принятия решений в условиях асимметрии информированности ЛПР рассматривались в работах [1–4]. В работе [1] для исследования таких моделей предложено использовать метод сведения исходной модели к моделям в функциональных пространствах, который обозначен как принцип вариационного расширения (ВР) задач поддержки принятия решений (ЗППР). Детальное исследование этого принципа проведено в работе [4].

Общая модель выбора корпоративных решений может быть формализована игровой моделью. В теории игр функция полезности лиц принимающих решения (ЛПР) – функция выигрыша, X – множество стратегий. Запишем общую модель выбора решений n-ЛПР:

$$\begin{aligned} &f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \max_{x_1 \in X_1}, \\ &\qquad \ldots \\ &f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \max_{x_n \in X_n}. \end{aligned} \tag{1}$$

Предполагается, что $f_i(x): X_1 \times \ldots \times X_n \to \mathrm{R}, \forall i \in I_n = \{1, \ldots, n\}$ – функции выигрыша i-го игрока. Максимизация выигрыша игроками осуществляется только выбором своих решений.

Не приводя детальных выражений, отметим, что математические задачи выбора оптимальных решений (1) формулируется в рамках следующих принципов рациональности поведения игроков: принцип гарантированного результата, ситуация равновесия по *Нэшу*, ситуация равновесия по *Штакельбергу*, оптимальность по *Парето* [5].

Для формализации информационных условий выбора решений рассмотрим запись игры (1) с параметрами в следующем виде:

$$f_i(x,w) \to \max_{x_i \in X_i}, \forall i \in I_n, w \in W \subset \mathrm{R}^m, \qquad (2)$$

где $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ – стратегии игроков ($x \in X = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$); $w = (w_1, w_2, ..., w_m)$.

Предположим, что без потери общности w неизвестен никому из игроков. Пусть w – случайный вектор с известной плотностью $P = P(w)$, причем $P(w)$ – может зависеть от стратегий $(x_1,...,x_n)$, $P = P(w,x)$. Будем использовать принцип осреднения, как основной инструмент свертки неизвестных параметров. Проведем редукцию игры (2):

$$\hat{f}_i(x_1,...,x_n) \to \max_{x_i \in X_i}, \forall i \in I_n, \qquad (3)$$

где $\hat{f}_i(x) = M_w\left[f_i(x,w)\right]$ ожидаемые (средние) выигрыши игроков.

Игра (3) указанным способом сводится к игре (1). Рассмотрим формализацию ЗППР при асимметрии информированности.

Определим информационную структуру каждого игрока путем задания следующего множества индексов известных ему компонент вектора w: $I_i^m \subseteq \{1,...,m\}, \forall i \in I_n$.

Рассмотрим случай асимметрии информированности игроков о значениях компонент вектора w. Введем $w^i = (w_i, i \in I_i^m)$, множество параметров известных игроку i. Необходимо описать правила игры и принцип оптимальности, который позволил бы находить оптимальные решающие правила каждого игрока, т.е. функции:

$$x_i = \tilde{x}_i(w^i) : \times \prod_{j \in I_i^m} W_j \to X_i, i = 1,...,n, \qquad (4)$$

По аналогии с игрой (4) рассмотрим следующую игру:

$$\hat{f}_i\left(\tilde{x}_1(w^1),...,\tilde{x}_n(w^n)\right) \to \max_{\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i}, \forall i \in I_n, \qquad (5)$$

где $\hat{f}_i\left(\tilde{x}_1(w^1),...,\tilde{x}_n(w^n)\right) = M_w\left[f_i\left(\tilde{x}_1(w^1),...,\tilde{x}_n(w^n),w\right)\right]$ – ожидаемые (средние) выигрыши игроков; $\tilde{X}_i$ – множество функций $\tilde{x}_i(w^i)$, на котором ищется оптимальная решающая функция $\tilde{x}_i^*(w^i)$.

Аналогично как для игры (1), для введенной игры могут быть сформулированы принципы рациональности выбора оптимальных решающих функций.

Асимметрия информированности в ЗППР может иметь различный вид и варианты информированности могут иметь как сложную, так и простую структуру. Далее мы покажем, что в простых информационных структурах задачи типа (4), (5) сводятся к задачам параметрической оптимизации. В общем случае информационной структуры, исследования затруднены, поскольку решение игры (5) сводится к сложным вариационным задачам, частные случаи которых рассмотрены в работе [4]. Учитывая вариационный характер игры (5) эта игра называется вариационным расширением (ВР) исходной (порождающей) игры (2).

Для задач (2) и (5) устанавливается связь между значениями критериев оптимальности.

Модель поиска решающей функции при полной информированности примет вид:

$$f_i^* = M_w\left[f_i\left(\tilde{x}^*(w), w\right)\right] = \max_{\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i}\left\{M_w\left[f_i\left(\tilde{x}, w\right)\right]\right\}, \forall i \in I_n. \quad (6)$$

Здесь $\tilde{X}_i$ – множество допустимых решающих функций игроков.

В исследовании операций часто «не замечают» возможность ограничений на выбор решающих функций и используют модель выбора оптимального решения $x^* \in X$ из следующих условий:

$$f_i(x^*, w) = \max_{x_i \in X_i} f_i\left(x, w\right), w \in W, \forall i \in I_n. \quad (7)$$

Переход от параметрической ЗППР (7) к вариационной задаче (6) называется принципом вариационного расширения (ВР) задачи (6) [3].

Следует отметить, что справедливо неравенство:

$$\max_{\tilde{x}_i \in \tilde{X}_i}\left\{M_w\left[f_i\left(\tilde{x}, w\right)\right]\right\} \le M_w\left[\max_{x_i \in X_i} f_i\left(x, w\right)\right], w \in W, \forall i \in I_n. \quad (8)$$

Для отдельных случаев ВР ЗППР возникает эквивалентность исходной задаче (равенство в (8)). В частности, если множество $\tilde{X}_i$ – допустимых решающих функций ограничено лишь областью значений X_i этих функций.

Данный принцип использован на примере игры «Государство-Предприниматели» при асимметрии информированности [3].

Библиографический список

1. Максимов А.В., Оскорбин Н.М. Многопользовательские информационные системы: основы теории и методы исследования: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2005. – 250 с.

2. Алгазин Г.И. Модели системного компромисса в социально-экологических исследованиях. – Барнаул: Азбука, 2009. – 239 с.

3. Оскорбин Н.М., Боговиз А.В., Жариков А.В. Информационный аспект принятия решений в системе ЛПР // Динамика современной науки – 2011. Т. 2. Экономика : материалы VII международной научно-практической конференции. Республика Болгария, г. София, 17-25 июля 2011 г. – София: «Бял ГРАД-БГ» ООД, 2011. – С. 53–55.

4. Жариков А.В. Разработка математических моделей поддержки принятия решений при информационных ограничениях : дисс. ... канд. физ-мат наук. – Барнаул, 2011. – 122 с.

5. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр : учебное пособие для университетов. – М. : Высш. шк., 1998. – 301с.

УДК 519.237

Работа с качественными нечисловыми данными при кластеризации объектов

А.С. Герасимова
АлтГУ, г. Барнаул

В практике анализа данных очень часто приходится работать с качественными (нечисловыми) данными. Как правило, к ним нельзя применить многие классические методы математической статистики, что, существенно затрудняя исследования, служит мотивацией для разработки новых способов работы с такими данными.

Рассмотрим задачу кластеризации объектов с качественными категорированными признаками. Пусть при изучении n объектов $X_1,\ldots,X_n$ у них наблюдается p качественных признаков $F_1,\ldots,F_p$, причем каждый рассматриваемый признак F_i имеет m_i категорий, i=1,…, p.

В работе рассматривается задача применения к таким данным классических алгоритмов кластеризации. Припишем каждой из категорий каждого из признаков числовое или векторное значение (метку). Процесс присвоения таких меток носит название оцифровки. Как правило, сразу ясно, что замена названий или обозначений категорий просто их порядковыми номерами может привести к некорректному решению – присвоенные метки могут не отражать истинные различия между категориями. Возникает задача присвоения категориям меток, согласованных с истинными различиями.

Естественный (и, вероятно, единственно возможный) способ задания различий между качественными признаками – составление таблиц сопряженности признаков. Это означает, что искомые метки должны быть наилучшим образом согласованы с совместными частотами