

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра математического анализа

М.А. Чешкова

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебное пособие

Издательство АГУ

Барнаул 1994

УДК 514.75

Ч57

Рецензент:

Кизбикенов К.О., канд. физ-мат. наук, доцент

Ч57 М.А. Чешкова. Дифференциальная геометрия: Учебное пособие для студентов 2 курса математического факультета. — Изд-во Алт. гос. ун-та: Барнаул, 1994. — 162 с.

Классическая дифференциальная геометрия поверхностей в евклидовом пространстве дается в тензорном изложении. Широко используется метод прямых обозначений — современное изложение тензорного метода. Даются необходимые сведения из римановой геометрии дифференцируемых многообразий, из общей топологии. Большой подбор упражнений и задач делает пособие удобным для самостоятельной работы студентов.

ISBN 5-230-29774-3

© Чешкова М.А., 1994.

© Оформление: Алтайский
госуниверситет, 1994

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕНЗОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ	3
1.1. СОГЛАШЕНИЕ О СУММИРОВАНИИ [4]	3
1.2. ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ [1] – [4]	3
1.3. ПОЛИЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ	6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	7
1.4. ТЕНЗОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ФОРМ [1] – [4]	8
1.5. ПОНЯТИЕ ТЕНЗОРА [1] – [4], [6]	9
1.6. ТЕНЗОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ	12
1.7. СВЕРТКА ТЕНЗОРОВ	12
1.8. СИММЕТРИРОВАНИЕ	13
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	15
1.9. ВНЕШНИЕ ФОРМЫ [1] – [4]	16
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	19
1.10. ТЕНЗОРЫ В ЕВКЛИДОВОМ И ПСЕВДО – ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВАХ [1] – [4]	20
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	23
1.11. ТЕНЗОРНЫЕ ПОЛЯ В R^n [1] – [4]	24
1.12. КОММУТАТОР ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ [1], [2], [3]	28
1.13. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ФОРМЫ [1], [6].	29
1.14. ВНЕШНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ P – ФОРМЫ [1], [4]	31
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	31
1.15. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ [1] – [6].	32
1.16. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ТЕНЗОРНЫХ ПОЛЕЙ [1], [2], [3], [4], [6]	36
1.17. ЗАДАЧИ	41
1.18. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	48
2. КРИВЫЕ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ	49
2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИВОЙ [1], [2], [5]	49
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	52
2.2. КАСАТЕЛЬНАЯ ПРЯМАЯ, НОРМАЛЬНАЯ И СОПРИКАСАЮЩАЯСЯ ПЛОСКОСТИ, ДЛИНА ДУГИ	52
2.3. ДЛИНА ДУГИ КРИВОЙ [1] – [3], [5]	54
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	57
2.4. КРИВАЯ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ [1] – [3]	57
2.5. РЕПЕР ФРЕНЕ КРИВОЙ [1] – [3], [5]	59
2.6. ФОРМУЛЫ ФРЕНЕ КРИВОЙ КРИВИЗНА, КРУЧЕНИЕ	

НАТУРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КРИВОЙ [1],[3],[5]	61
2.7. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ КРИВИЗНЫ [3], [5]	63
2.8. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ КРИВИЗНЫ И КРУЧЕНИЯ КРИВОЙ [3], [5]	64
2.9. КАНОНИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КРИВОЙ. НАТУРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. [2], [3]. [5]	65
2.10. ПЛОСКИЕ ЛИНИИ [5]	67
2.11. СОПРИКОСНОВЕНИЕ ПЛОСКИХ КРИВЫХ [5]	69
2.12. ОГИБАЮЩАЯ СЕМЕЙСТВА ПЛОСКИХ КРИВЫХ [5]	72
2.13. ЭВОЛЮТЫ, ЭВОЛЬВЕНТЫ ПЛОСКИХ КРИВЫХ [5]	73
2.14. ЗАДАЧИ	76
2.15. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	79
3. ПОВЕРХНОСТЬ [1]–[3], [5], [7]	80
3.1. ПОНЯТИЕ ГЛАДКОЙ РЕГУЛЯРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	80
3.2. ТРИ СПОСОБА ЗАДАНИЯ ГЛАДКОЙ РЕГУЛЯРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	85
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	85
3.3. КАСАТЕЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ И НОРМАЛЬ К ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	86
3.4. ПЕРВАЯ КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	90
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	92
3.5. ИЗОМЕТРИЯ [5]	93
3.6. КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ	94
3.7. ВТОРАЯ КВАДРАТИЧНАЯ ФОРМА ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	95
3.8. ФОРМУЛЫ ГАУССА – ВЕЙНГАРТЕНА [1] – [3], [5]	97
3.9. ТЕОРЕМА БОННЕ [5]	99
3.10. ГЛАВНЫЕ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	99
3.11. СФЕРИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ [5]	101
3.12. СОПРИКАСАЮЩИЙСЯ ПАРАБОЛОИД. ИНДИКАТРИСА ДЮПЕНА [5]	103
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	105
3.13. ЛИНИИ НА ПОВЕРХНОСТИ [1] – [3], [5]	105
3.14. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ЛИНИИ [5]	109
3.15. СОПРЯЖЕННЫЕ ЛИНИИ [5]	110
3.16. ЛИНИИ КРИВИЗНЫ [1] – [3], [5]	111
3.17. ЗАДАЧИ	112
3.18. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	116

4. ЭЛЕМЕНТЫ ТОПОЛОГИИ	117
4.1. МЕТРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА [1], [2]	117
4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОПОЛОГИИ И ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА [2], [1]	120
4.3. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ГОМЕОМОРФИЗМ	123
4.4. СВЯЗНОСТЬ [1], [2]	125
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	127
4.5. ОТДЕЛИМОСТЬ. КОМПАКТНОСТЬ [1], [2]	127
5. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ МНОГООБРАЗИЯ	
[1]–[4], [6]	129
5.1. ПОНЯТИЕ МНОГООБРАЗИЯ	129
5.2. ПРИМЕРЫ МНОГООБРАЗИЙ	133
5.3. КАСАТЕЛЬНЫЕ ВЕКТОРЫ [2]–[4], [6]	135
5.4. ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ	137
5.5. ТЕНЗОРНЫЕ ПОЛЯ	138
5.6. ПРОСТРАНСТВО АФФИННОЙ СВЯЗНОСТИ [2]–[4], [6]	140
5.7. КОВАРИАНТНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ТЕНЗОРНОГО ПОЛЯ [2]–[4], [6]	142
ПРИМЕРЫ	142
5.8. КРИВИЗНА И КРУЧЕНИЕ СВЯЗНОСТИ	143
5.9. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС [2]–[4], [6]	144
5.10. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ КРИВИЗНЫ	145
5.11. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ [2]–[4], [6]	145
5.12. РИМАНОВО МНОГООБРАЗИЕ [2]–[4], [6]	146
6. ПОВЕРХНОСТЬ КАК РИМАНОВО МНОГООБРАЗИЕ [2], [3]	148
6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ	148
6.2. ФОРМУЛЫ ГАУССА–ВЕЙНГАРТЕНА ПОВЕРХНОСТИ	148
6.3. УРАВНЕНИЯ ГАУССА–КОДАЦЦИ	150
6.4. ТЕОРЕМА ГАУССА (БЛИСТАТЕЛЬНАЯ) [2], [3], [5]	150
6.5. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ НА M [1]–[3], [5]	151
6.6. О ВНУТРЕННЕЙ ГЕОМЕТРИИ ПОВЕРХНОСТИ [5], [1]	153
6.7. ЗАДАЧИ	153
6.8. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	156
ЛИТЕРАТУРА	158

Чешкова Мира Артемовна

Дифференциальная геометрия

Учебное пособие

Редактор

Компьютерный набор и верстка

Художественный редактор

В.Соколов

И.Семенова

А.Максимов

Подписано в печать 28.11.94. Формат 84x108/32. Бумага для
множительных аппаратов. Печать офсетная. Гарнитура тип
Таймс. Усл.-печ. л. 9. Уч.-изд. л. 9. Тираж 300. Заказ 1361.

Типография Издательства АГУ-
656099, г. Барнаул, ул. Димитрова, 66.