

Министерство образования и науки РФ  
Алтайский государственный университет

М.А. Чешкова

# ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ

*Монография*



Барнаул

---

Издательство  
Алтайского государственного  
университета  
2016

УДК 514.75  
Ч 576

*Рецензенты:*

доктор физ.-мат. наук, профессор А.Г. Петрова;  
доктор физ.-мат. наук, профессор Е.Д. Родионов

**Ч 576 Чешкова, М.А.**

Односторонние поверхности [Текст] : монография /  
М.А. Чешкова. — Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2016. —  
84 с.

ISBN 978-5-7904-2079-5

К односторонним поверхностям относятся лист Мебиуса, скрещенный колпак, римская поверхность, поверхность Боя, бутылка Клейна.

В монографии с помощью  $4\pi$ -периодической вектор-функции определяются уравнения односторонних поверхностей в  $E^n$ . Строятся графики рассматриваемых поверхностей в  $E^3$ .

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов, специализирующихся по геометрии и топологии.

УДК 514.75

ISBN 978-5-7904-2079-5

© Чешкова М.А., 2016  
© Оформление. Издательство  
Алтайского государственного  
университета, 2016

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. КЛАССИЧЕСКИЙ ЛИСТ МЕБИУСА .....	5
1.1. Уравнение листа Мебиуса .....	5
1.2. Самопересечение листа Мебиуса .....	5
1.3. Плоский лист Мебиуса .....	8
ГЛАВА 2. ОБМОТКА ТОРА И ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ .....	17
2.1. Задание односторонней поверхности с помощью периодической функции .....	17
2.2. Задание односторонней поверхности с помощью периодической функции, заданной на торе при $a > b$ .....	19
2.3. Задание односторонней поверхности с помощью периодической функции, заданной на торе при $a < b$ .....	23
2.4. Задание листа Мебиуса при $u = t/2, v = 2t$ .....	24
ГЛАВА 3. ПОВЕРХНОСТЬ ПЕРЕНОСА И ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ .....	26
3.1. Уравнение односторонней поверхности .....	26
3.2. Поверхность переноса эллипса по окружности .....	27
3.3. Лист Мебиуса .....	28
3.4. Бутылка Клейна .....	28
3.5. Скрещенный колпак .....	29
ГЛАВА 4. РАЗРЕЗАНИЕ БУТЫЛКИ КЛЕЙНА И СКРЕЩЕННОГО КОЛПАКА .....	31
4.1. Задание бутылки Клейна и скрещенного колпака .....	31
4.2. Разрезание бутылки Клейна .....	32
4.3. Разрезание скрещенного колпака .....	34
ГЛАВА 5. ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ В $E^4$ .....	36
5.1. Уравнение тороидальной поверхности в $E^4$ .....	36
5.2. Лист Мебиуса в $E^4$ .....	37
5.3. Бутылка Клейна в $E^4$ .....	40
5.4. Скрещенный колпак в $E^4$ .....	42
ГЛАВА 6. ТОР КЛИФФОРДА И ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ .....	45
6.1. Задание кривой на торе Клиффорда .....	45
6.2. Лист Мебиуса в $E^4$ .....	45

6.3. Скрещенный колпак в $E^4$ .....	48	
6.4. Бутылка Клейна в $E^4$ .....	52	
6.5. Второе задание бутылки Клейна в $E^4$ .....	56	
ГЛАВА 7. ДВУЛИСТНОЕ НАКРЫТИЕ ОДНОСТОРОННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ .....		65
7.1. Задание покрывающих поверхностей .....	65	
7.2. Примеры накрытия .....	68	
ГЛАВА 8. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ПРОЕКТИВНОЙ ПЛОСКОСТИ .....		70
8.1. Основные формулы .....	70	
8.2. Примеры .....	71	
8.3. Обмотка тора, скрещенный колпак и римская поверхность .....	75	
Библиографический список .....	79	

*Научное издание*

**Чешкова Мира Артемовна**

## **ОДНОСТОРОННИЕ ПОВЕРХНОСТИ**

*Монография*

Редактор *Е.М. Федяева*

Подготовка оригинал-макета: *В.А. Гоман*

Дизайн обложки: *Ю.В. Плетнева*

Издательская лицензия ЛР № 020261 от 14.01.1997.

Подписано в печать 07.04.2016. Формат 60 × 84/16.

Усл. печ. л. 4,94. Тираж 100 экз. Заказ № 111.

Типография Алтайского государственного университета:  
656049 Барнаул, ул. Димитрова, 66.