Теорема. Если при 6<n<100 все собственные 2-квазимногообразия в М абелевы, тогда все 2-квазимногообразия в М абелевы.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул, 2002.
2. Горбунов В. А. Алгебраическая теория квазимногообразий (Сибирская школа алгебры и логики). – Новосибирск: Науч. книга, 1999.
3. Мальцев А. И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
4. Будкин А.И. Введение в теорию квазимногообразий групп : монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2014. – 156 с.
5. Будкин А.И., Горбунов В.А. К теории квазимногооообразий алгебраических систем // Алгебра и логика. – 1975. –№2(14).
6. Будкин А.И. О фильтрах в решетке квазимногообразий групп // Известия АН СССР, серия математическая. – 1988. – №4(52).
7. Будкин А.И. О полумногооообразиях нильпотентных групп // Алгебра и логика. – 2010. – №5(49). – С. 577–590.
8. Шефер М. В. О 2-квазитождествах в группах// Сборник трудов XVII региональной конференции по математике «МАК-2014». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 14–15 с.
9. Шефер, М. В. Об одном квазимногообразии 2–ступенно нильпотентных групп // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20-24 ноября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 605–607 с.
10. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп простой экспоненты // Труды молодых ученых Алтайского государственного университета: материалы Первой региональной молодежной конференции «Мой выбор – НАУКА!», XLI научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и учащихся лицейных классов. – Вып. 11. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2014. – С. 221–224.
11. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп простой экспоненты // Сборник трудов XVII региональной конференции по математике «МАК-2014», посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 7.
12. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга 5 экспоненты 3 // Сборник трудов XVIII всероссийской конференции по математике «МАК-2015». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 9–10.

УДК 512.54

Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга не выше четырех

А.А. Лебедев

АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R. Условимся через $T_Q^n(M)$ обозначать множество всех квазитождеств от n переменных $x1,\ldots,xn$, истинных в классе M Пусть $\sum$ – произвольное множество квазитождеств. Через $Mod_R(\sum)$ будем обозначать класс всех групп из R, в каждой из которых истинны все формулы из $\sum$.

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R, если n наименьшее число для которого $M= Mod_R(T_Q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞.

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1–5].

Пусть T — множество всех гомоморфизмов ψ группы G таких, что в группе $\psi(G)$ ложна формула $v = 1$ при подстановке $x_i \to \psi(x_i)$, $\quad i = \overline{1,n}$ и $(G,v) = \{\psi(G)|\psi \in T\}$. Через $N(G,v)$ обозначим класс групп из М, в каждую из которых не вложима ни одна группа из (G,v).

Возьмем многообразие M групп, рассмотренное ранее в [6], заданное тождествами

$$(\forall x)(x^3 = 1),$$
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z] = 1).$$

В работе изучались 4-порожденные группы из M, коммутант которых изоморфен $Z3$, либо $Z3\times Z3\times Z3\times Z3\times Z3$, либо $Z3\times Z3\times Z3\times Z3\times Z3\times Z3$ где $Z3$ – циклическая группа порядка 3. Для последних двух групп, используя теоремы из [1] было получено, что эти группы принадлежат квазимногообразию, порожденному свободной группой $F2$. Также, пользуясь результатами из [5], была доказана следующая

Теорема. Пусть G – 4-порожденная группа из квазимногообразия M с циклическим коммутантом, $G\in M$. Если квазимногообразие $N(G,v)$ имеет аксиоматический ранг 4, то оно определяется квазитождеством $\Phi = (\forall x1)(\forall x2)(\forall x3)(\forall x4)([x4,x3] = [x2,x1]\ \&\ [x4,x2] = 1\ \&\ [x4,x1] =1\ \&\ [x3,x2] = 1\ \&\ [x3,x1] = 1 \rightarrow [x2,x1] = 1)$.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 339 с.
2. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1992. – 59 с.
3. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Матем. сб. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647–655.
4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия правоупорядочиваемых групп // Алгебра и логика. – 1986. – Т. 25, №5. – С. 499–507.
5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сиб. матем. ж. – 1999. – Т. 40, №1. – С. 167–176.
6. Лебедев А.А. О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех // МАК-2015: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 11.

УДК 512.54

О классе Леви, порожденном почти абелевым квазимногообразием нильпотентных групп

В.В. Лодейщикова
АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Для произвольного класса групп M обозначим через $L(M)$ класс всех групп G, в которых нормальное замыкание $(x)^G$ любого элемента x из G принадлежит M. Класс $L(M)$ групп будем называть классом Леви, порожденным M.

Классы Леви были введены в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой дана классификация групп с абелевыми нормальными замыканиями вида $(x)^G$. Р.Ф. Морсом [3] доказано, что если M – многообразие групп, то $L(M)$ также многообразие групп. Из работы А.И. Будкина [4] следует, что если M – квазимногообразие групп, то $L(M)$ также является квазимногообразием групп.

Как обычно, qK – квазимногообразие, порождённое классом групп K (пишем qG, если $K = G$). Обозначим через N_c – многообразие нильпотентных групп ступени не выше c, через $F_n(M)$ – свободную группу ранга n в квазимногообразии M.

А.И. Будкин [4] доказал, что если K – произвольное множество нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядков 2 и 5, и в каждой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой, то $L(qK)\subseteq N_3$. В действительности, в доказательстве этого результата отсутствие элементов порядка 5 нужно было только для установления того, что всякая 3-порожденная группа из $L(qK)$ нильпотентна класса ≤ 4, поэтому в работе А.И. Будкина и Л.В. Тараниной [5] данный результат был усилен и доказана аналогичная теорема для произвольного множества нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядка 2.

А.И. Будкиным [6], доказано, что если – нильпотентное квазимногообразие, $\overline{M}$ – множество всех конечно-порождённых групп из M, то выполняется равенство $L(q\overline{M}) = qL(\overline{M})$. Там же установлено, что если N – класс всех конечно-порождённых нильпотентных групп, N_0 – класс всех конечно-порождённых нильпотентных групп без кручения, то аналогичное утверждение неверно, и справедливы строгие включения $qN_0 \subset L(qN_0)$ и $qN \subset L(qN)$ откуда, в частности, следуют неравенства $L(qN_0) \neq qL(N_0)$ и $L(qN) \neq qL(N)$.