опоры. На опорах крепятся стенки. Форма лабиринта меняется в зависимости от того, как установлены стенки на опорах. По периметру сетки выбирается 1 позиция входа и $k$ позиций выходов. Положим, что внутри лабиринта расположено $l$ стенок. В работе рассматриваются две взаимосвязанные задачи. Пересчет: сколько существует способов установить $l$ стенок внутри лабиринта? Генерация: в рамках указанных допущений перебрать все возможные формы лабиринтов.

Общее количество стенок лабиринта размерности $m \times n$ определяется посредством выражения $2mn+m+n$, при этом внешних (ограничивающих) стенок будет $2(m+n)$, остальные $2mn-m-n$ будут внутренними. Пронумеруем все элементарные стенки сетки числами от 1 до $2mn+m+n$. Выберем позиции входа и выходов. Их будет $1 + k$.

Введем обозначения: 0 – стенка есть, 1 – стенки нет. Тогда каждому лабиринту будет ставиться в соответствие число, записанное $2mn+m+n$ символами из множества $\{0, 1\}$, причем в разрядах, соответствующих выбранным позициям входа и выходов, будут записаны 1, а в разрядах, соответствующих остальным ограничивающим стенкам – 0. Разряды двух указанных видов будем называть зарезервированными. Далее нужно расставить в оставшихся незарезервированных $2mn-m-n$ разрядах символы таким образом, чтобы было $l$ символов 0, а остальные 1. Переход от одного из возможных вариантов к другому получается путем перестановки 0 и 1 в незарезервированных разрядах. Число всевозможных вариантов расстановки стенок на опорах будет определяться числом перестановок с повторением $(2mn-m-n)$ элементов, где $l$ элементов первого класса (число 0) и $(2mn-m-n-l)$ элементов второго класса (число 1), т.е. определяется отношением:

$$\frac{(2mn-m-n)!}{l!(2mn-m-n-l)!}.$$

Например, используя сетку 4х5, положив, что выходов будет 4 (в фиксированных позициях), а стенок внутри лабиринта 12, получим, что стенки внутри лабиринта можно расставить:

$$\frac{(2\cdot 4\cdot 5-4-5)!}{12!(2\cdot 4\cdot 5-4-5-12)!}=\frac{31!}{12!19!}=141120525 \text{ способами.}$$

Задача перечисления лабиринтов решается алгоритмически. На начальном этапе вводятся данные: количество строк ($m$) и столбцов лабиринта ($n$), количество выходов из лабиринта ($k$), количество стенок внутри лабиринта ($l$). В результате определяется число $2mn+m+n$ разрядов числа с цифрами 0 и 1, строится каркас лабиринта с пронумерованными стенками. Далее из предложенного перечня выбираются позиции входа и выходов. Символам в соответствующих разрядах присваиваются значения 1.

На следующем этапе происходит генерация лабиринта. Для этого в незарезервированных позициях записывается число $i$ в двоичной системе счисления $(i = 0 \ldots 2^{2mn-m-n}-1)$. Если арифметическая сумма символов во всех разрядах числа $i$ равна $2mn-m-n-l+k+1$, то код лабиринта выводится на экран, в противном случае $i:=i+1$, переход к началу цикла. В результате этих действий определяются двоичные числа (коды лабиринтов), удовлетворяющие всем поставленным условиям. Для каждого кода лабиринта на экране появляется соответствующая ему схема. Предполагается демонстрировать посетителям технопарка работу программы генерации лабиринта, а также снабжать их схемой реализованного в настоящий момент лабиринта для обучения в игровой форме ориентированию на местности по карте.

**УДК 519.23**

## Сильная согласованность в задачах восстановления зависимостей по данным с интервальной неопределённостью

*С.П. Шарый*
*Институт вычислительных технологий СО РАН,*
*г. Новосибирск*

Предметом нашей работы является развитие методов анализа данных, имеющих интервальную неопределённость.

Мы рассматриваем задачу восстановления линейной зависимости вида

$$b = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n,$$

в которой неизвестные коэффициенты $x_1, x_2, \ldots, x_n$ должны быть определены на основе ряда измерений значений $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (входных переменных) и $b$ (выхода). Измерения неточны, и мы предполагаем, что неопределённость носит интервальный характер, т. е. нам известны лишь интервалы возможных значений измеренных величин. Таким образом, в результате $i$-го измерения получаем такие $\boldsymbol{a}_{i1}$, $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $\boldsymbol{a}_{in}$, $\boldsymbol{b}_i$, что истинное значение $a_1$ лежит в $\boldsymbol{a}_{i1}$, истинное значение $a_2$ лежит в $\boldsymbol{a}_{i2}$ и т.д. вплоть до $b$, истинное значение которого лежит в $\boldsymbol{b}_i$. Всего имеется $m$ измерений, так что индекс $i$ принимает значения из множества $\{1, 2, \ldots , m\}$. В целом можно полагать, что заданы интервальная $m{\times}n$-матрица $\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{a}_{ij})$ и интервальный $m$-вектор $\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{b}_i)$, которые представляют, соответственно, измеренные входные воздействия и выходной отклик рассматриваемой модели. Нам необходимо найти или оценить коэффициенты $x_j$, $j = 1, 2, \ldots , n$, для которых выписанная выше линейная функция «наилучшим образом» приближала бы данные.

Будем говорить, что семейство значений параметров $x_j$ *согласуется* с интервальными данными $\boldsymbol{a}_{i1}$, $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $\boldsymbol{a}_{in}$, $\boldsymbol{b}_i$, $i = 1, 2, \ldots , m$, если для каждого индекса $i$ существуют такие $a_{i1}$ из $\boldsymbol{a}_{i1}$, $a_{i2}$ из $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $a_{in}$ из $\boldsymbol{a}_{in}$ и $b_i$ из $\boldsymbol{b}_i$, что имеет место равенство $b_i = a_{i1}\, x_1 + a_2\, x_{i2} + \ldots + a_{in}\, x_n$ (см., к примеру, [1, 2]). Иллюстрацию этого понятия можно увидеть на рисунке 1, где каждая из изображённых прямых определяется параметрами, которые согласуются с интервальными данными.

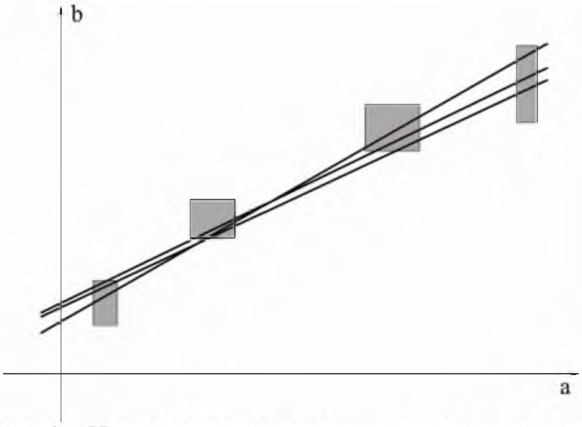


**Рисунок 1 – Иллюстрация согласования параметров модели и интервальных данных измерений**

Множество всех параметров, согласующихся с данными, образует множество, которое называют *множеством допустимых значений параметров*, *информационным множеством задачи* и т.п. В интервальном анализе оно также известно как *объединённое множество решений* $\Xi_{uni}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ для интервальной системы линейных алгебраических уравнений $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$, построенной по данным измерений. Формально оно определяется как

$$\Xi_{uni}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) = \{\, x \mid (\text{существует } A \text{ из } \boldsymbol{A})(\text{существует } b \text{ из } \boldsymbol{b})(\, Ax = b\,)\,\}.$$

В то же время, в некоторых практических задачах сформулированное выше понимание «решения» не вполне адекватно рассматриваемым ситуациям. Тогда желательны другие условия на согласование параметров модели и интервальных данных задачи, на что впервые было обращено внимание, по-видимому, в работе [3].

Рассмотрим, к примеру, ситуацию, когда измерение выходного отклика модели выполняется после того, как зафиксированы значения на входе. Если в результате $i$-го измерения выхода мы получаем некоторый интервал $\boldsymbol{b}_i$, то естественно ожидать, что действительное значение $b$ на выходе принадлежит $\boldsymbol{b}_i$ вне зависимости от того, каковы входные значения $a_1$, $a_2$, … , $a_n$ в пределах соответствующих интервалов $\boldsymbol{a}_{i1}$, $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $\boldsymbol{a}_{i2}$. Но приведённое выше определение согласования параметров и данных допускает такие семейства коэффициентов $x_1$, $x_2$, … , $x_n$, что значения восстанавливаемой функции $b = a_{i1}\, x_1 + a_{i2}\, x_2 + \ldots + a_{in}\, x_n$ могут не лежать в пределах $\boldsymbol{b}_i$ для некоторых $a_{i1}$ из $\boldsymbol{a}_{i1}$, $a_{i2}$ из $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $a_{in}$ из $\boldsymbol{a}_{in}$.

Будем говорить, что семейство значений параметров модели $x_j$ *сильно согласуется* с интервальными данными $\boldsymbol{a}_{i1}$, $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $\boldsymbol{a}_{in}$, $\boldsymbol{b}_i$, $i = 1, 2, \ldots , m$, если для каждого индекса $i$ и для любых точечных представителей $a_{i1}$ из $\boldsymbol{a}_{i1}$, $a_{i2}$ из $\boldsymbol{a}_{i2}$, … , $a_{in}$ из $\boldsymbol{a}_{in}$ существует такое $b_i$ из $\boldsymbol{b}_i$, что имеет место равенство $b_i = a_{i1}\, x_1 + a_2\, x_{i2} + \ldots + a_{in}\, x_n$. Иллюстрация этого понятия дана на рисунке 2, где прямая восстанавливаемой зависимости проходит через боковые грани прямоугольников неопределённости. Множество параметров модели, удовлетворяющих условию сильного согласования, является ни чем иным, как *допусковым множеством решений* $\Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ для интервальной системы линейных алгебраических уравнений $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$. Формально оно определяется как

$$\Xi_{tol}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) = \{\, x \mid (\text{для любого } A \text{ из } \boldsymbol{A})(\text{существует } b \text{ из } \boldsymbol{b})(\, Ax = b\,)\,\}.$$

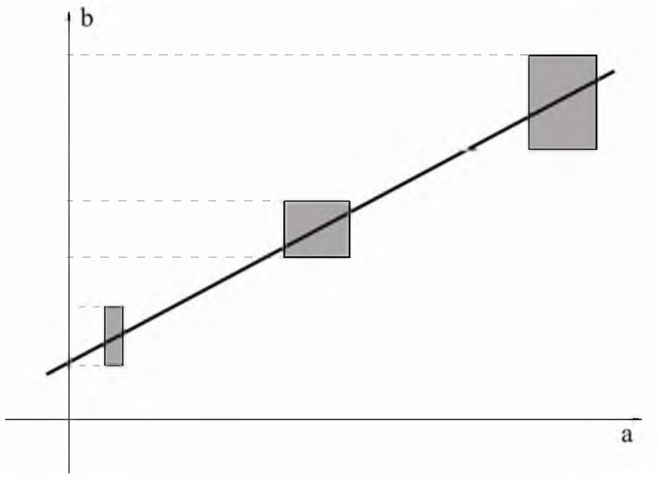


Рисунок 2 – Иллюстрация сильного согласования параметров модели и интервальных данных измерений

Допусковое множество решений для интервальных систем линейных алгебраических уравнений сравнительно хорошо изучено (см., в частности, работы [4, 5, 6]). Оно всегда является выпуклым полиэдральным множеством. Существуют практичные методы для распознавания пустоты или непустоты допускового множества решений, а также для его внутреннего и внешнего оценивания. Интересно отметить, что распознавание допускового множества решений является полиномиально сложной задачей, тогда как распознавание объединённого множества решений NP-трудно.

В нашей работе обсуждаются практические методы нахождения оценок параметров зависимостей, удовлетворяющих условию сильной согласованности с данными, рассматриваются их свойства и приложения.

Задача восстановления зависимостей становится ещё более сложной, когда некоторые измерения, требующие сильной согласованности, сочетаются с измерениями, где достаточна согласованность в обычном смысле (которую можно назвать *слабой*). Тогда решение задачи восстановления зависимостей приводит к необходимости рассмотрения так называемых AE-решений и множеств AE-решений для интервальных систем уравнений [7].

**Библиографический список**

1. Оскорбин Н.М., Максимов А.В., Жилин С.И. Построение и анализ эмпирических зависимостей методом центра неопределённости // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – № 1. –С. 37–40.

2. Шарый С.П. Разрешимость интервальных линейных уравнений и анализ данных с неопределённостями // Автоматика и Телемеханика. – 2012. – №2. – С. 111–125.

3. Gutowski M.W. Interval experimental data fitting // Focus on Numerical Analysis / J.P. Liu, editor. – New York: Nova Science Publishers, 2006. – P. 27–70.

4. Shary S.P. Solving the linear interval tolerance problem // Mathematics and Computers in Simulation. – 1995. – Vol. 39. – P. 53–85.

5. Шарая И.А. Строение допустимого множества решений интервальной линейной системы // Вычислительные Технологии. – 2005. – Т. 10, №5. – С. 103–119.

6. Шарый С.П. Решение интервальной линейной задачи о допусках // Автоматика и Телемеханика. – 2004. – №10. – С. 147–162.

7. Shary S.P. A new technique in systems analysis under interval uncertainty and ambiguity // Reliable Computing. – 2002. – Vol. 8, No. 5. – P. 321–418.

**УДК 004.5**

## Система трехмерного представления объектов социальной инфраструктуры

***А.Р. Шугуров, С.П. Семенов, В.В. Славский, Д.И. Вуколов***
*ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

Во многих развитых странах мира значительное внимание уделяется проблеме создания безбарьерной среды. Существуют две основные проблемы в перемещении маломобильных граждан: первая связана с физической недоступностью объектов социальной инфраструктуры (далее ОСИ), а вторая – с недоступностью информации о каждой из локаций. Первая проблема решается установкой