



Рисунок – Техногенное загрязнение атмосферного воздуха г. Барнаула

Наиболее существенное влияние фитотоксикантов, оказывающих влияние на зеленые насаждения, установлено в пунктах пробоотбора: № 10 (Павловский тракт – Попова – *хл.в* – 1,45 мг/л), № 6 (пл. Октября – *хл.в* – 1,3 мг/л), № 15 (ул. Матросова – *хл.в* – 1,66 мг/л) (рис. 1). По данным ФБУЗ «Центр гигиены и эпидемиологии в Алтайском крае» в этих точках города стабильно отмечается максимальная концентрация взвешенных веществ, диоксида серы и оксида углерода, превышающих санитарные нормы. В этих точках города большая загруженность автомобильным транспортом и малая проветриваемость территории из-за многоэтажных застроек. Фитотоксиканты приводят к угнетению работы ферментативных систем, снижению содержания нуклеиновых кислот, белков, клетчатки, изменению активности ферментов, нарушению водного режима и сокращению работы фотосинтеза, что может привести к болезни и гибели растений.

В 8 пунктах пробоотбора выявлено незначительное изменение концентрации хлорофилла *b* по сравнению с точкой контроля. Они находятся в пределах зон сильного и среднего загрязнения атмосферы.

Таким образом, результаты изучения изменения фотосинтетических пигментов в листьях березы повислой, полученные за три года полностью коррелируют с зонированием г. Барнаула по загрязнению атмосферного воздуха и дополняют сведения об экологической ситуации и условиях произрастания древесных растений в городской среде.

Библиографический список

1. Хузина Г.Р. Влияние урбаноcреды на морфометрические показатели листа березы повислой (*Betula pendula* Roth) // Вестник Удмурского университета. – 2010. – Вып. 3.
2. Государственный доклад «О состоянии и об охране окружающей среды в Алтайском крае в 2012 году». – Барнаул, 2013.
3. Государственный доклад «О состоянии и об охране окружающей среды в Алтайском крае в 2014 году». – Барнаул, 2015.
4. Воскресенская О.Л., Воскресенский В.С., Сарбаева Е.В., Ягдарова О.А. Влияние ультрафиолетовой радиации и параметров микроклимата на содержание пигментов в листьях березы повислой, произрастающей в условиях города // Биология. Науки о Земле. – 2014. – Вып. 3.
5. Цандекова Л. Влияние выбросов автотранспорта на пигментный комплекс листьев древесных растений // Биологические ресурсы. – 2010. – № 174.

УДК 574.3

Мультирежимность моделей популяционной динамики

Е.Я. Фрисман¹, М.П. Кулаков¹, Г.П. Неверова²

¹Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, г. Биробиджан;

²Институт автоматики

и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток

«Золотой век» математической биологии начался в первой половине XX века феерическим всплеском работ, надолго определивших последующее развитие теоретической экологии и математической популяционной генетики, основы синтетической теории эволюции [1–6 и другие]. Математической базой этих работ были изящные модели, построенные на основе систем дифференциальных

уравнений и удачно описывающие многие популяционные феномены, наблюдающие в природных биологических сообществах: колебания численностей, конкурентное вытеснение, полиморфное разнообразие и многое другое.

В начале 70-х годов, в основном благодаря базовым работам Р. Мэя [7, 8] и А.П. Шапиро [9, 10], математическая популяционная биология пополнилась достаточно простыми, но весьма эффективными моделями, основанными на рекуррентных уравнениях. С одной стороны эти модели представлялись более адекватными при описании динамики видов, характеризующихся сезонным периодом размножения. С другой – рекуррентные уравнения легко анализировались численно, благодаря использованию быстро развивающейся вычислительной техники. Неожиданно оказалось, что эти «простенькие» модели, обладают колоссальным разнообразием возможных динамических режимов, весьма сложно эволюционирующих при изменении параметров модели.

Динамику численности изолированной однородной популяции можно описать одним рекуррентным уравнением - одномерным отображением. Так американский ихтиолог У. Рикер предложил описывать для динамики популяций лососевых видов рыб, следующим уравнением [11]

$$x_{n+1} = ax_n e^{-x_n}.$$

Это уравнение демонстрирует сложную и разнообразную динамику. Причем, важным является установившийся режим, который будет наблюдаться после некоторого переходного процесса. Можно выделить три основных типа установившегося режима [12]:

- а) неподвижная точка, когда переменная перестает изменяться;
- б) цикл, когда переменная «пробегает» последовательно несколько значений (их число равно периоду цикла), а затем динамика повторяется;
- в) хаотический режим, когда динамика не повторяется и визуально кажется случайной.

Далее рассмотрим систему двух миграционно связанных популяций, динамика каждой из которых описывается моделью Рикера,

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1-m) \cdot ax_n e^{-x_n} + m \cdot ay_n e^{-y_n} \\ y_{n+1} = (1-m) \cdot ay_n e^{-y_n} + m \cdot ax_n e^{-x_n} \end{cases},$$

где m – коэффициент связи двух полностью идентичных локальных популяций или коэффициент миграции, x и y – относительные численности субпопуляций, n – номер сезона размножения, a – коэффициент рождаемости.

Несмотря на свою простоту, данная модель имеет ряд особенностей динамического поведения. Так при одних и тех же значениях демографических параметров в зависимости от начальных значений численности субпопуляций в системе оказывается возможным возникновение принципиально разных динамических режимов, при этом фазовое пространство модели весьма причудливо дробится бассейнами притяжений этих режимов. В частности показано, что могут одновременно сосуществовать синхронные (цикл длины 2, 4, 8 и хаотическая динамика) и несинхронные режимы (цикл длины 2, 8 и квазипериодическая динамика, когда в фазовом пространстве формируется две предельные инвариантные кривые). Более того с ростом значений параметра, характеризующего репродуктивный потенциал популяций, происходит увеличение возможных мультистабильных состояний. Так в диапазоне существования устойчивого цикла длины 2 наблюдается единственный цикл противофазный ему, а в области нерегулярной синфазной динамики существует, по крайней мере, 7 видов цикла длины 8, которые отличаются фазой колебания. Каждый режим имеет свои сложно устроенные области (бассейны) притяжения. Таким образом, взаимодействующие популяции с неперекрывающимися поколениями способны демонстрировать весьма сложное динамическое поведение вследствие «скачков» по бассейнам притяжения.

Ситуация существенно усложняется, если рассматривать динамику численности популяций с учетом возрастной структуры. Рассмотрим модификацию модели Рикера, предположив, что локальная популяция к началу очередного сезона размножения представлена двумя возрастными классами: младшим, состоящим из особей, родившихся в этом году, и старшим, представленным особями, родившимися ранее. Считается, что в популяции осуществляется плотностная регуляция рождаемости, т.е. наблюдается снижение рождаемости с ростом численности. Для описания процессов саморегуляции полагается, что рождаемость является убывающей экспоненциальной функцией от численности обоих возрастных классов. Соответственно уравнения динамики локальной популяции принимают вид:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (a_1 x_n + a_2 y_n) \cdot e^{-\beta_1 x_n - \beta_2 y_n} \\ y_{n+1} = s x_n + v y_n \end{cases},$$

где x_n описывает численность младшей возрастной группы, вторая переменная y_n – численность старшей возрастной группы в n -й год. Параметры a_1 и a_2 соответствуют репродуктивным потенциалам младшего и старшего возрастных классов, s – выживаемость младшего возрастного класса, v – выживаемость старшей группы. Вклад конкретного возрастного класса в плотностную регуляцию рождаемости определяется соотношением параметров β_1 и β_2 .

В ходе исследования этой модели [13, 14] была обнаружена мультистабильность динамических режимов, которая выражается в сосуществовании устойчивой нетривиальной неподвижной точки и устойчивых циклов, в частности 3- или 4-цикла. В целом, обнаруженная мультистабильность позволяет объяснить, как возникновение колебаний с периодом 3 и 4 года, так и исчезновение флуктуаций. В феноменологическом смысле это означает, что динамика реальных двухвозрастных популяций, описываемых такими моделями, может демонстрировать режимы, сопровождающиеся сменой типов динамики.

Следующим этапом исследования стало применение модели к описанию динамики реальных популяций. Модель верифицировалась на данных многолетних учетов численности рыжих полевок на территории Удмуртского стационара. Данные представлены численностью особей грызунов разных возрастов, выраженные на 100 ловушка-суток. Отбор осуществлялся в апреле, июле, августе и октябре с 1973 по 2001 годы [15, 16]. В результате первичной оценки параметров получена удовлетворительная аппроксимация реальных данных. Модельная траектория в целом неплохо описывает тенденцию динамики, однако не полностью улавливает основные пики численности популяции рыжей полевки. Коэффициент детерминации, характеризующий качество аппроксимации, составил $R^2 = 0.681$

Как нам представляется, расхождение данных наблюдений и моделирования связано с влиянием внешних факторов. Один из основных факторов, влияющих на репродуктивную активность многих грызунов – запас кормовых ресурсов. Рост активности размножения при увеличении обилия корма носит резкий («взрывной») характер. При прочих равных условиях этот процесс, как нам представляется, вполне можно описать экспоненциальной функцией типа $r = r_0 \exp(kC)$, где C – запас обилия корма. Этот подход был, в частности, вполне успешно применен для описания зависимости роста активности размножения маньчжурских белок при увеличении урожайности их основного корма – кедровых орехов [17]. К сожалению, адекватных прямых оценок обилия кормов для рыжей полевки, по-видимому, не существует. Приходится прибегать к косвенным методам. Все основные виды корма полевки имеют растительное происхождение и определяются интенсивностью вегетационных процессов на ее ареале. Интенсивность вегетационных процессов в текущем году прямо и с высокой корреляцией зависит от увлаженности территории (влагообеспеченности) в вегетативный период. Характеристикой влагообеспеченности территории в данном году является гидротермический коэффициент Селянинова (S_n), который мы и предлагаем использовать в качестве индикатора обилия кормовых запасов в текущем сезоне.

Включение внешнего фактора позволило отловить основные пики численности популяции и существенно улучшить адекватность модели. Коэффициент детерминации, характеризующий качество аппроксимации фактических данных с модельными, составил $R^2 = 0.88$. Это связано с тем, что коэффициенты, характеризующие репродуктивные потенциалы особей, в данном случае не являются постоянными величинами, а принимают значения в зависимости от влагообеспеченности территории.

Кроме того, проведенное исследование позволяет заключить, что действие внешнего случайного фактора на системы, описываемые двумерными дискретными моделями, в которых наблюдается мультистабильность (зависимость предельных режимов динамики от начальных условий), приводит к явлению иного рода – мультирежимности. Это явление заключается в перманентных сменах динамического режима, обусловленных блужданием управляющих параметров (популяционных параметров) в параметрическом пространстве и значительными трансформациями фазового пространства (областей притяжения). На примере популяции рыжей полевки (*Myodes glareolus*) в работе предложен некоторый подход к выявлению этого явления по данным динамики численности и оценок параметров рассматриваемой дискретной модели двухвозрастной популяции. В результате показано, что реальную динамику можно представить чередой сменяющихся друг друга переходных процессов, которые в стационарных условиях привели бы к колебаниям с периодом 3, 6, 7 и 14 лет.

Библиографический список

1. Haldane J.B.S. A mathematical theory of natural and artificial selection. Part 1 // Trans. Cambr. Philos. Soc. – 1924. V. 23. – P. 19–41.
2. Lotka A.J. Elements of physical biology // Baltmor: Williams and wilkins, 1925.
3. Fisher R.A. The genetical theory of natural selection // Oxford: Clarendon Press, 1930.

4. Wright S. Evolution in Mendelian populations // *Genetics*. – 1931. – V. 16. – P. 97–159.
5. Volterra V. Lecons sur la theorie mathematique de la lutte pour la vie. – Paris, 1931.
6. Kostitzin V.A. La Biologie Mathematique. – Paris: A.Colin, 1937. – 236 p.
7. May R.M. Biological populations with non-overlapping generations: stable points, stable cycles, and chaos // *Science*. 1974. V. 186. – P. 645–647.
8. May R.M. Biological population obeying difference equations: stable points, stable cycles, and chaos // *J. Theor. Biol.* 1975. V.51. № 2. – P. 511–524.
9. Шапиро А.П. К вопросу о циклах в возвратных последовательностях // *Управление и информация*. Вып. 3. – Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1972. – С. 96–118.
10. Шапиро А.П., Луппов С.П. Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии. – М.: Наука, 1983. – 132 с.
11. Ricker W.E. Stock and recruitment // *J. Fish. Res. Board Can.* 1954. V. 11. – P. 559–623.
12. Кузнецов А.П., Савин А.В., Седова Ю.В., Тюрюкина Л.В. Бифуркации отображений. – Саратов: ООО Издат. центр «Наука», 2012. – 196 с.
13. Фрисман Е.Я., Неверова Г.П., Кулаков М.П., Жигальский О.А. Смена динамических режимов в популяциях видов с коротким жизненным циклом: результаты аналитического и численного исследования // *Математическая биология и биоинформатика*. – 2014. – Т. 9, №2. – С. 414–429.
14. Фрисман Е.Я., Неверова Г.П., Кулаков М.П., Жигальский О.А. Явление мультирежимности в популяционной динамике животных с коротким жизненным циклом // *Доклады Академии Наук*. – 2015. – Т. 460, № 4. – С. 488–493.
15. Жигальский О.А. Анализ популяционной динамики мелких млекопитающих // *Зоол. журн.* – 2002. – Т. 81, № 9. – С. 1078–1106.
16. Жигальский О.А. Структура популяционных циклов рыжей полевки (*Myodes glareolus*) в центре и на периферии ареала // *Изв. РАН. Сер. биол.* – 2011. – № 6. – С. 733–746.
17. Ashichmina E.V., Frisman E.Ya. Skaletskaya E.I., Kulikov A.N. Mathematical model for dynamics of the number of pelt products from the local population of Manchurian squirrels // *Ecological Modelling*. – 1985. – Vol. 30. – P. 145–156.

УДК 004.94

Элементы экологической карты Алтайского края

*Д.В. Черевать, А.С. Маничева
АлтГУ, г. Барнаул*

В работе проводилось исследование экологической ситуации районов Алтайского края и построение экологической карты. За образец был взят проект «Создание экологического рейтинга регионов и экологической карты РФ», целью которого являлось создание эколого-экономического индекса для регионов России [1]. В качестве основы методологии и методического обеспечения проекта были использованы теория и практика разработки индикаторов устойчивого развития и их агрегирования (интегрирования).

Были рассмотрены следующие статистические показатели за 2014 г. по районам Алтайского края:

- 1) количество объектов, имеющих стационарные источники загрязнения (шт.);
- 2) количество загрязняющих веществ, отходящих от всех стационарных источников (тыс. тонн);
- 3) текущие затраты на охрану окружающей среды, включая оплату услуг природоохранного назначения (тыс. руб.);
- 4) количество выброшенных в атмосферу загрязняющих веществ, отходящих от стационарных источников, в том числе оксид углерода (тыс. тонн).

После предварительной нормализации данных был составлен рейтинг районов. Каждому району было присвоено уникальное значение в соответствии с рангом; по результатам ранжирования была построена экологическая карта. Первые места (с наилучшей экологической обстановкой) занимают Угловский, Суетский, Петропавловский районы; последние – Благовещенский, Бийский, Шелаболихинский районы.

В соответствии с рейтингом и четырьмя показателями была построена модель линейной регрессии для 50 районов: $y = -2,95 + 0,77x_1 + 0,0003x_2 + 35,65x_3 + 0,009x_4$, в которой значения y соответствуют рейтинговым данным; факторы x_1, x_2, x_3, x_4 – статистическим показателям. Связь между признаками тесная, коэффициенты являются статистически значимыми. Расчетные данные и данные итогового рейтинга были распределены по трем группам в соответствии со степенью загряз-