

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КРЕДИТОВАНИЯ ЖИЛЬЯ

(магистерская диссертация)

Выполнила:
студентка 458М-ПИ группы,
Пархатская Анастасия Михайловна

(подпись)

Научный руководитель:
д.ф - м.н., профессор,
Родионов Евгений Дмитриевич

(подпись)

Допустить к защите:

Зав. кафедрой, к.т.н., профессор

Хворова Любовь Анатольевна

Работа защищена:

«__» _____ 2017 г.

Оценка: _____

Председатель ГЭК:

(подпись)

_____ Ф.И.О.

Барнаул 2017

РЕФЕРАТ

Тема магистерской диссертации: «Математические модели кредитования жилья».

Цель работы – исследование математических моделей функции ипотечного кредитования.

Объектом исследования является ипотечное кредитование

Предмет – классические и нечеткие математические модели ипотечного кредитования.

В результате магистерского исследования решены следующие задачи: рассмотрены теоретические основы ипотечного кредитования; построены классические и нечеткие математические модели зависимости величины ипотечного займа от различных факторов; проанализированы полученные результаты.

Исследования, проводимые в рамках работы над настоящей диссертацией, нашли отражение в следующей публикации:

Пархатская А.М. Математические модели социальной значимости кредитной политики/ А.М. Пархатская// Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники: сборник трудов всероссийской конференции. – Барнаул, 2015. – С. 383-386.

Отдельные положения диссертации обсуждались на всероссийских научно-практических конференциях, проходивших в городе Барнауле.

Объем работы – 34 страниц, количество рисунков – 8, таблиц – 3, приложений – 1, 24 использованных источников литературы.

Ключевые слова: кредитная политика, ипотечное кредитование, регрессионная модель, нечеткая логика, лингвистические переменные, функция принадлежности.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ	7
1.1 Общие сведения об ипотечном кредитовании	7
1.2 Механизм ипотечного кредитования.....	9
2. ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ВЕЛИЧИНЫ ИПОТЕЧНОГО ЗАЙМА	12
2.1 Линейная регрессионная модель величины ипотечного кредита	12
2.2 Построение доверительных интервалов	14
2.3 Оценка адекватности регрессионной модели ипотечного кредитования.	15
3. ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ	18
3.1 Создание экспертной системы в Fuzzy Logic Toolbox	18
3.2. Тестирование работы системы	26
Заключение	30
Библиографический список	31
Приложение 1	34

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Проблема доступности жилья в России стояла остро на протяжении многих десятилетий, поэтому с появлением ипотечного жилищного кредитования (ИЖК) на рынке недвижимости весомая доля сделок стала осуществляться с ее помощью.

Ипотека должна стать доступным способом решения проблем для людей со средними доходами. Высокая стоимость (в среднем от 13 до 15% годовых, руб.), препятствует достижению поставленной цели. Наиболее выгодными являются жилищные кредиты, предоставляемые Сбербанком России (с процентной ставкой около 10% годовых). Тем не менее решение жилищных проблем с их помощью остается невозможным для большинства потенциальных заемщиков из-за большого размера первоначального взноса (от 20%) [6].

Отсутствие приемлемых условий кредитования и высокая стоимость ипотечного кредитования обусловлены рядом нерешенных проблем в данной сфере. В настоящее время важнейшей из них остается оценка целесообразности и условий предоставления ссуды конкретному потенциальному заемщику под залог объекта жилой недвижимости.

Степень научной разработанности проблемы. Вопросы развития ипотечного жилищного кредитования, значимость и уникальность его функционирования являются предметом активных исследований и рассматриваются как с позиции экономической сущности ипотечного кредитования, так и с позиции механизма формирования финансовых ресурсов и определения их источников.

Среди зарубежных исследователей, которые внесли весомый вклад в изучение и развитие теории и практики ипотечного жилищного кредитования, можно отметить С. Добсона, Дж. Долана, Р. Дж. Страйка, Р. Дорнбуша, С. Фишера, К. Кэмпбелла, Д. Линдсея, С. Полфремана и др.

Развитию теории ипотечного кредита посвящены работы И.Т. Балабанова, Г.Н. Белоглазовой, З.Л. Гариповой, В.А. Горемыкина, Л.В.

Донцовой, В.А. Каменецкого, В.А. Кудрявцева, О.И. Лаврушина, М.П. Логинова, И.В. Павловой, И.А. Разумовой, В.А. Савиновой, О.Г. Семенюта, М.Г. Сорокиной, Н.Ю. Яськовой и др.

Проблемы становления, развития ипотечного кредитования и его регулирования являлись объектом изучения для многих отечественных исследователей, среди которых можно выделить И.В. Довдиенко, Н.Б. Косареву, В.И. Лиморенко, С.М. Печатникову, Н.И. Яшину и др.

Вместе с тем, по результатам анализа указанных исследований можно констатировать, что в научной литературе не сложилось единого мнения относительно математических моделей оценки размера ипотечного займа для потенциального заемщика. Важность данного вопроса обусловила выбор темы исследовательской работы, а также постановку цели и задач исследования.

Целью магистерской диссертации является исследование математических моделей функции ипотечного кредитования. Данная цель обусловила решение следующих основных **задач** исследования:

- рассмотреть теоретические основы ипотечного кредитования;
- построить классические и нечеткие математические модели зависимости величины ипотечного займа от различных факторов;
- проанализировать полученные результаты.

Объектом исследования является ипотечного кредитования.

Предметом исследования – классические и нечеткие математические модели ипотечного кредитования.

Методологической основой исследовательской работы является теоретические наработки мировой экономической науки, опытно-поисковая и научная литература, труды известных отечественных и зарубежных ученых-экономистов и специалистов-практиков в сфере ипотеки.

Практическая значимость работы определяется актуальностью поставленных задач и достигнутым уровнем теоретической и практической разработки проблем. Результаты исследования могут быть применены в

работе государственных и коммерческих кредитных организациях для определения размера ипотечного займа для потенциальных заемщиков.

Работа состоит из трех глав, введения, заключения, списка литературы и приложения.

1 ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ

1.1 Общие сведения об ипотечном кредитовании

Ипотечное кредитование – долгосрочная ссуда, предоставляемая юридическому или физическому лицу банками под залог недвижимости: земли, производственных или жилых зданий, помещений, сооружений [10]. Под «ипотекой» понимают залог недвижимости как способ обеспечения обязательств. Наличие системы ипотечного кредитования – неотъемлемая составная часть любой развитой системы частного права. Роль ипотеки особенно возрастает, когда состояние экономики является неудовлетворительным, поскольку продуманная и эффективная ипотечная система, с одной стороны, способствует снижению инфляции, оттягивая на себя временно свободные денежные средства граждан и предприятий, с другой – помогает решать социальные и экономические проблемы [12]. В 1992 г. принимается Закон Российской Федерации «О залоге», который закрепил возможность ипотеки как способа обеспечения обязательств. Гражданским кодексом РФ (I часть) были уточнены некоторые положения о залоге (ст. 334–358). В ст. 340 оговорено, что ипотека здания или сооружения допускается только с одновременной ипотекой по тому же договору земельного участка, на котором находится это здание или сооружение, либо части этого участка, функционально обеспечивающей закладываемый объект, либо принадлежащего залогодателю права аренды этого участка или его соответствующей части. А при ипотеке земельного участка право залога не распространяется на находящиеся или возводимые на этом участке здания и сооружения залогодателя, если в договоре не предусмотрено иное условие. В 1998 г. был принят Федеральный закон «Об ипотеке (залоге недвижимости)», согласно которому по договору о залоге недвижимого имущества (договору об ипотеке) одна сторона – залогодержатель, являющийся кредитором по обязательству, обеспеченному ипотекой, имеет

право получить удовлетворение своих денежных требований к должнику по этому обязательству из стоимости заложенного недвижимого имущества другой стороны – залогодателя преимущественно перед другими кредиторами залогодателя, за изъятиями, установленными законом. Залогодателем может быть сам должник по обязательству, обеспеченному ипотекой, или лицо, не участвующее в этом обязательстве (третье лицо). Имущество, на которое установлена ипотека, остается у залогодателя в его владении и пользовании (ст.1) [1].

Ипотека также может быть установлена в обеспечение обязательства по кредитному договору, по договору займа или иного обязательства, в том числе обязательства, основанного на купле-продаже, аренде, подряде, другом договоре, причинении вреда, если иное не предусмотрено федеральным законом (ст. 2). Договор об ипотеке заключается с соблюдением общих правил Гражданского кодекса Российской Федерации о заключении договоров, а также положений указанного Федерального закона.

Организационную составляющую жилищной ипотеки характеризует состав ее субъектов, включающий финансово-кредитные учреждения, строительные, риэлтерские, оценочные и страховые фирмы, а также организацию, которая объединяет, планирует и координирует деятельность, как отдельных субъектов, так и ипотеки в целом и наделена функциями управления процессами кредитования, продажи и приобретения жилья. Субъектами ипотеки, через которые проходят финансовые потоки, являются физические или юридические лица, желающие приобрести жилье на условиях ипотечного кредитования, проще говоря, клиенты ипотеки. Для них и создается организационная структура жилищной ипотеки. Клиентами ипотеки является физическое или юридическое лицо, вступающее в договорные и экономические отношения с кредитором в системе ипотеки с целью приобретения жилья. Кредиторами жилищной ипотеки являются банки и другие финансовые организации, некоммерческие фонды, осуществляющие выдачу и дальнейшее обслуживание выданных ипотечных

кредитов. Практика деятельности жилищных ипотек показала необходимость создания исполнительного органа, который осуществляет общее руководство выполнения программ ипотечного кредитования. В России на федеральном уровне таким органом является федеральное агентство ипотечного кредитования, которое является акционерным обществом. Для управления процессом реализации программ ипотечного кредитования на муниципальном уровне создаются аналогичные федеральному органу, часто представленные структурными подразделениями городских администраций, а также некоммерческие организации – фонды [2].

1.2 Механизм ипотечного кредитования

Мобилизация кредитных ресурсов для осуществления ипотечного кредитования проводится с помощью выпуска особого вида ценных бумаг – залоговых бумаг, обеспечением которых служит заложенная в банке недвижимость. Продажа этих ценных бумаг дает банку средства для предоставления ипотечных займов. Залоговые бумаги являются надежными долговыми обязательствами банка, которые приносят твердые проценты. В залоговой бумаге же отмечается имущество (недвижимость), к которому данный документ относится.

Как и другие ценные бумаги, залоговые бумаги могут быть в любой момент проданы по биржевому курсу. Ипотечные банки передают залоговые бумаги на биржу для свободной продажи.

Неотъемлемой составной залоговой бумаги является так называемая купонная книжка, которая состоит из отдельных купонов, на которых обозначены суммы выплаты процентов и дата их выплаты. Держатель залоговой бумаги получает проценты за предъявление соответствующего купона. Залоговые бумаги выпускают разными купюрами сроком на 10-15 лет. Они могут быть или на предъявителя, или именные.

Необходимым условием предоставления ипотечного кредита является предъявление заемщиком в банк документов, которые подтверждают его право собственника на имущество, которое выступает как обеспечение займа. В западных странах распространены займы на куплю нового дома к моменту продажи заемщиком его старого дома; займы на приобретение клиентом банка своего первого дома и т.п. Ипотечный банк предоставляет своим клиентам детальную информацию о том, как правильно выбрать заем и страховку, о порядке приобретения дома и т.п. Банк устанавливает размер минимальной суммы ипотеки.

Безусловно, что далеко не каждый земельный участок может быть объектом ипотеки. Ипотечные банки стремятся работать с лучшими или средними по качественным характеристикам (плодородие, местонахождение и т.п.) землями, и это закономерно.

Одной из важнейших экономических проблем ипотечного кредитования является точная и правильная стоимостная оценка заложенной недвижимости. В случае слишком высокой оценки земли и недвижимости в деятельности ипотечных банков могут возникать финансовые трудности. Как правило, в законодательном порядке устанавливается норма, по которой ипотечные займы могут предоставляться лишь под земельные участки, приносящие их собственнику стабильный доход [18].

Недвижимость считается заложенной на основе передачи собственником права собственности на нее (ипотеки) кредитору. Экономическая и юридическая сущность ипотеки не изменяется, если заложенный объект продается или каким-нибудь другим путем (например, наследование) переходит к другому собственнику. Залоговые права заносят в специальный реестр, который находится под контролем государственного доверенного лица.

Условия, на которых ипотечный банк может предоставить кредит, зависят от состояния того сегмента рынка ценных бумаг, на котором осуществляется обращение залоговых бумаг и ипотечных облигаций. В

случае снижения процента по этим ценным бумагам, как правило, уменьшается процент по ипотечному кредиту. По залоговым бумагам банк платит процент их держателям. При этом перед банком возникает проблема разрыва во времени между выплатой процентов по залому и поступлением процентов за ипотечный кредит. Ипотечный банк не может ставить себя в заранее невыгодное финансовое положение, выплачивая процент по залоговым бумагам еще до того, как начнут поступать платежи по кредиту.

Долгосрочный характер ипотечного кредита обуславливает механизм погашения займа и выплаты процентов из текущих доходов заемщиков и небольшими взносами. В случае невозвращения займа собственником залогового имущества становится заимодатель – ипотечный банк.

Далее проведем исследование функции ипотечного жилищного кредитования с помощью классических и нечетких математических моделей.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ВЕЛИЧИНЫ ИПОТЕЧНОГО ЗАЙМА

2.1 Линейная регрессионная модель величины ипотечного кредита

Развитие ипотечного кредитования основывается на доступности такого кредита для человека (спрос). Важнейшим фактором, влияющим на увеличение спроса на ипотечные кредиты и займы, является доход потенциального заемщика. Также спрос на ипотечные кредиты определяется рядом следующих факторов: процентная ставка, первоначальный взнос, срок кредитования и т. д.

В данной главе построим модель регрессионного анализа, которая позволит спрогнозировать величину займа ипотечного жилищного кредита.

Будем решать данную задачу, ссылаясь на многомерный метод наименьших квадратов и теорему Маркова – Гаусса, с использованием программного пакета Microsoft Excel. Полученные уравнения оценим по ошибке аппроксимации, отклонении расчетных значений функций от фактических их величин. Построим доверительные интервалы для коэффициентов регрессии, а также учтем коэффициент детерминации и критерий Фишера [8, 9].

Теорема. Предположим, что:

1. $y = X\hat{\beta} + \varepsilon$;
2. X – детерминированная $n \times k$ матрица, имеющая максимальный ранг k ;
3. $E(\varepsilon) = 0$; $V(\varepsilon) = E(\varepsilon \varepsilon') = \sigma^2 I_n$.

Тогда оценка метода наименьших квадратов

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (1)$$

является наиболее эффективной (в смысле наименьшей дисперсии) оценкой в классе линейных (по y) несмещенных оценок.

Учитывая особенности построения стоимости ипотечного кредита и экспертные оценки, нами был установлен ряд факторов, влияющих на величину данного кредита:

- доход заемщика;
- стаж работы;
- период кредитования;
- сумма первоначального взноса;
- процентная ставка;
- кредитная история.

Мы рассматриваем случайную выборку наблюдений величины ипотечного кредита объемом 50 (величины ипотечного кредита выражена в млн.).

Стоит отметить, что мы действуем в предположении, что наша матрица ошибок удовлетворяет всем условиям теоремы Маркова-Гаусса, а именно:

1. Ошибки ε_t , $t=1, \dots, n$ имеют совместное нормальное распределение:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

2. $E(\varepsilon)=0$; $V(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I_n$.

Чтобы матрица X удовлетворяла условию теоремы, ее ранг должен быть равен 6. Найдем ранг матрицы методом окаймляющих миноров. Получаем, что $\text{rang } X = 6$. Значит, наша матрица удовлетворяет условиям теоремы. Тогда допустимо в нашем случае искать матрицу коэффициентов уравнения линейной регрессии по формуле 1:

Значит матрица коэффициентов примет вид:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 0,025 \\ 0,05 \\ 0,031 \\ -0,013 \\ 0,033 \\ 0,231 \end{pmatrix}.$$

Получаем линейную регрессионную модель стоимости жилья:

$$Y = 0,025x_1 + 0,05x_2 + 0,031x_3 - 0,013x_4 + 0,033x_5 + 0,231x_6,$$

где Y – величина ипотечного займа, млн руб.;

x_1 – доход заемщика, тыс. руб.;

x_2 – стаж работы, год;

x_3 – период кредитования, год;

x_4 – сумма первоначального взноса, %;

x_5 – процентная ставка, %;

x_6 – кредитная история, баллы [-5; 5].

2.2 Построение доверительных интервалов

Границы доверительных интервалов для истинного значения β_i будем определять, используя соотношения:

$$[\hat{\beta}_i - t_c s_{\hat{\beta}_i}; \hat{\beta}_i + t_c s_{\hat{\beta}_i}] \quad (2),$$

где $t_c=2,02$ – точка распределения Стьюдента с уровнем значимости $\alpha=0,005$ и степенью свободы равной 44 (данное значение найдено в среде Excel с помощью встроенной функции СТЬЮДРАСПОБР()).

Для нахождения границ доверительных интервалов необходимо вычислить оценки дисперсий: остатков регрессии $s^2 = \frac{e'e}{n-k}$ и коэффициентов модели $s_{\hat{\beta}_i} = s^2 q^{ii}$, где q^{ii} - i -й диагональный элемент матрицы $(X'X)^{-1}$

Применив данные формулы получаем:

$$\begin{aligned} s^2 &= 0,3, \\ s_{\hat{\beta}_1} &= 0,007, \\ s_{\hat{\beta}_2} &= 0,026, \\ s_{\hat{\beta}_3} &= 0,029, \\ s_{\hat{\beta}_4} &= 0,008, \\ s_{\hat{\beta}_5} &= 0,054, \\ s_{\hat{\beta}_6} &= 0,053. \end{aligned}$$

Полученные среднеквадратические отклонения коэффициентов используются для определения доверительных интервалов оценок параметров модели:

$$\begin{aligned} \text{для коэффициента } \beta_1: & [0,01; 0,04]; \\ \beta_2: & [-0,002; 0,102]; \\ \beta_3: & [-0,028; 0,09]; \\ \beta_4: & [-0,029; 0,002], \\ \beta_5: & [-0,076; 0,142], \\ \beta_6: & [0,125; 0,337], \end{aligned}$$

2.3 Оценка адекватности регрессионной модели ипотечного кредитования.

Для проверки адекватности полученной регрессионной модели ипотечного кредитования воспользуемся формулой:

$$F = \frac{R^2(n-k-1)}{(1-R^2)k} > F(\alpha, (n-1), (n-k)) \quad (3),$$

где R^2 – коэффициент детерминации;

n – число наблюдений;

k – число параметров при переменных x .

$$R^2 = 1 - \frac{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (4),$$

В числителе дроби указана несмещенная оценка дисперсии ошибок, а в знаменателе – несмещенная оценка дисперсии ошибок y . R^2 принимает значения из интервала $[0,1]$.

Коэффициент R^2 показывает качество подгонки регрессионной модели к наблюдаемой величине y_i .

Если $R^2=0$, то регрессия y на x_1, \dots, x_k не улучшает качество предсказания y_i .

Другой крайний случай $R^2=1$ означает точную подгонку, т.е. все точки наблюдений удовлетворяют уравнению регрессии [5].

Найдем коэффициент детерминации, воспользовавшись формулой 4:

$$R^2 = 0,76,$$

он отличен от нуля, значит можно продолжить проверку адекватности регрессионной модели. Также это означает, что вариация величины ипотечного жилищного кредитования на 76% обусловлена вариацией включенных в полученную модель факторов, а на 24% вариации приходятся на долю неучтенных факторов.

Возьмем уровень значимости $\alpha=0,05$. Значение точки распределения Фишера с данным уровнем значимости равно (данное значение найдено в среде Excel с помощью встроенной функции F.ОБР()):

$$F(\alpha, (n - 1), (n - k)) = 0,62.$$

Найдем F -статистику, подставив коэффициент детерминации в формулу 3:

$$F = 0,88.$$

Сравним полученные значения F и $F(\alpha, (n - 1), (n - k))$:

$$0,88 > 0,62,$$

а значит $F > F(\alpha, (n - 1), (n - k))$, можно сделать вывод, что R^2 значим и построенная нами регрессионная модель ипотечного кредитования адекватна.

Для полной уверенности в качестве построенной регрессионной модели проверим ее значимость с помощью средней ошибки аппроксимации, величина которой не должна превышать 8-10% [11].

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| 100\% \quad (5),$$

где y – фактическое значение выходных параметров;

\hat{y} – рассчитанные (теоретические) значения выходных параметров;

n – число наблюдений.

При этом, чем ближе к нулю средняя ошибка аппроксимации, тем модель более приближена к реальности.

Рассчитав среднюю ошибку аппроксимации по формуле 5, получим

$$\bar{A} = 7.21\%.$$

Так как полученное значение меньше 8%, можно сделать вывод об удовлетворительном состоянии построенной модели.

3. ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ

3.1 Создание экспертной системы в Fuzzy Logic Toolbox

Появление нечеткой логики как раздела математики связывают с введением понятия нечеткого множества, предложенного Лотфи Заде в 1965 году, как объекта с функцией принадлежности элемента к множеству, принимающий любые значения в интервале от 0 до 1, а не только 0 или 1. Необходимость введения понятия нечеткого множества была обусловлена невозможность математическими методами классической теории систем, которая вынуждала добиваться искусственной точности, неуместной во многих системах реального мира [14, 15].

Предметом нечеткой логики считаются исследования рассуждений в условиях нечеткости, размытости, сходных с рассуждениями в обычном смысле, и их применение в вычислительных системах [19, 24].

Как было сказано в ранее, перед банками постоянно стоит вопрос об оценке потенциального заемщика, а также уменьшения процентной ставки для привлечения новых клиентов.

3.1.1. Определение входных переменных

Для оценки величины ипотечного займа и уменьшения процентной ставки можно разработать прототип экспертной системы, основанной на методах нечеткой логики.

Для разработки системы, воспользуемся пакетом прикладных программ MATLAB, а именно, расширением Fuzzy Logic Toolbox [13, 21].

Сначала необходимо определить входные и выходные переменные. Для этого выделим ту информацию о заемщике, которая важна банку для оценки величины ипотечного займа и уменьшения процентной ставки:

- доход заемщика;
- стаж работы;

- период кредитования;
- сумма первоначального взноса;
- процентная ставка;
- кредитная история.

На выходе мы получим:

- решение о предоставлении ипотечного займа (а именно, величину ипотечного займа);
- изменение процентной ставки.

В механизме нечеткой логики часто используется понятие лингвистической переменной. Лингвистическая переменная – это переменная, значениями которой могут быть слова или словосочетания некоторого естественного языка. Областью всех ее значений является термножество, элементы которого есть термы. Терм задается нечетким множеством посредством функции принадлежности [4, 21].

Таким образом, определим первую входную переменную, используя терминологию нечеткой логики, которой будет являться лингвистическая переменная «Доход». Пусть множеством ее значений является интервал $[0;100]$, что соответствует абсолютной величине дохода потенциального заемщика, выраженной в тыс. руб.. Зададим на этом интервале три терма: «низкий», «средний», «высокий», которые в среде MATLAB определяются с помощью функций принадлежности, изображенных на рисунке 1 [16, 7]. Отметим, что «нечеткость» определения переменной «доход» заключается в том, что она может принадлежать каждому из трех признаков («низкий», «средний», «высокий») с любым значением на интервале от 0 до 100. Более того, она может принадлежать нескольким признакам одновременно.

Аналогичным образом определим остальные входные переменные.

1. Доход – среднемесячная величина дохода за последние 6 месяцев (рис. 1.). Множество значений от 0 до 100. Единица измерения рубли. Термы:

- низкий;
- средний;

– высокий.

При выборе функций, описывающих данную переменную, будем ориентироваться на статистические данные о прожиточном минимуме, равном 8 тыс. руб. и определении среднего класса, под определение которого попадают граждане с доходом от 15 до 60 тыс. руб. [18].

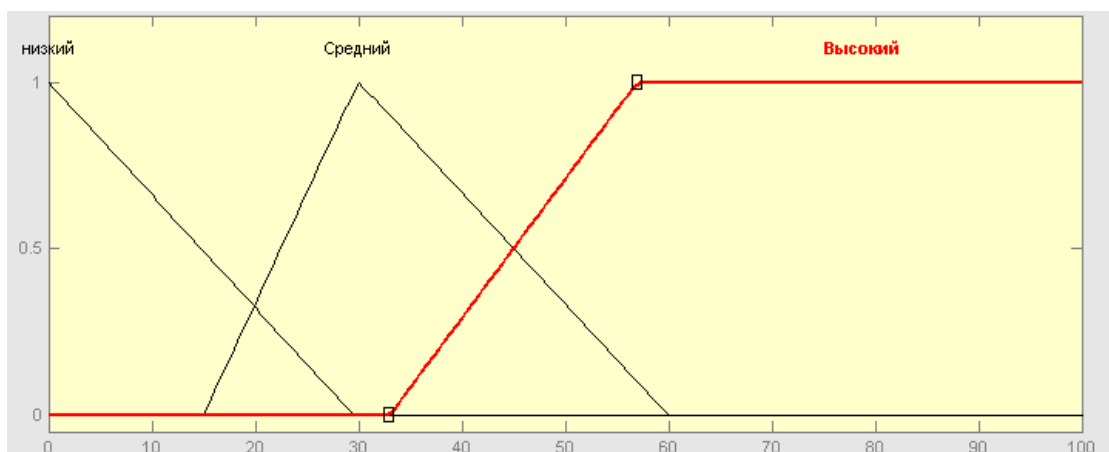


Рис. 1. Функция принадлежности для переменной «Доход»

2. Стаж работы (рис. 2.). Множество значений от 0 до 20. Единица измерения – год. Термы:

- низкий (мало опыта),
- средний (опытный),
- высокий (много опыта).

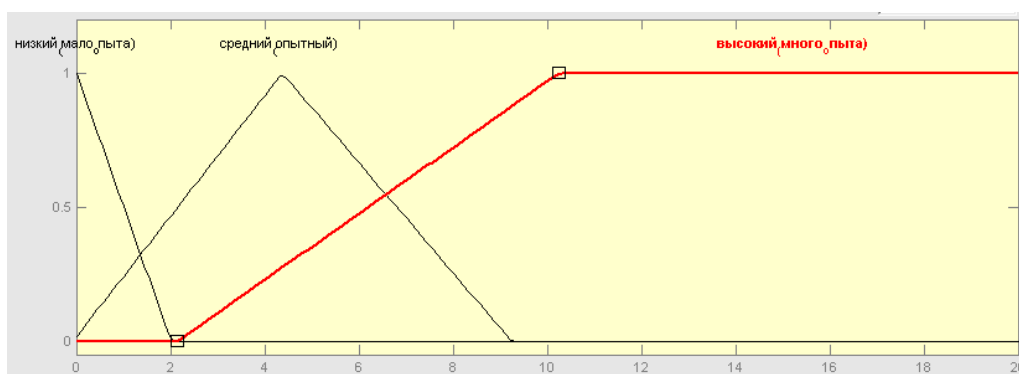


Рис. 2. Функция принадлежности для переменной «Стаж работы»

3. Период кредитования (рис. 3.). Множество значений от 0 до 30. Единица измерения – год. Термы:

- короткий;
- средний;
- длинный.

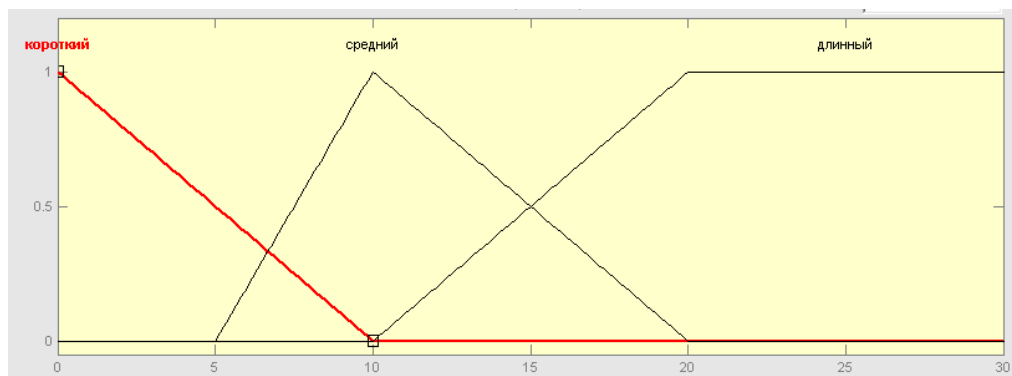


Рис. 3. Функция принадлежности для переменной «Период кредитования»

4. Первоначальный взнос (рис. 4.). Множество значений от 0 до 100.

Единица измерения – проценты. Термы:

- маленький,
- средний,
- большой.

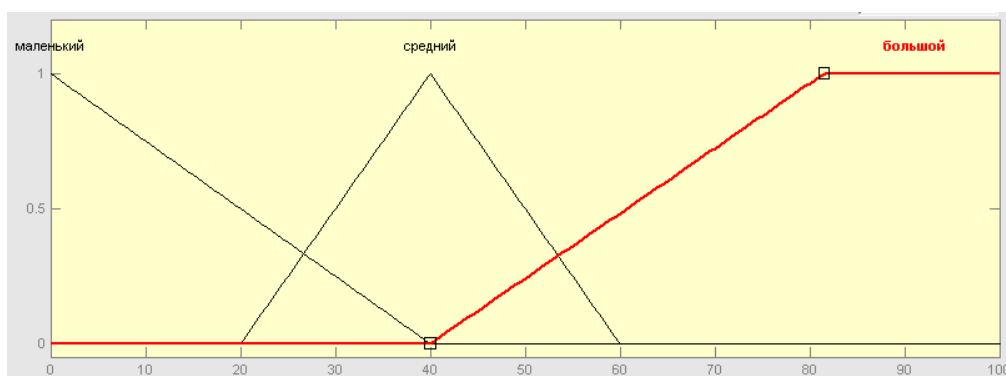


Рис. 4. Функция принадлежности для переменной «Первоначальный взнос»

5. Процентная ставка (рис. 5.). Множество значений от 8,25 до 20.

Единица измерения – проценты. Термы:

- низкая,

- средняя,
- высокая.

При выборе функций, описывающих данную переменную, будем основываться на статистических данных по размерам кредитных ставок.

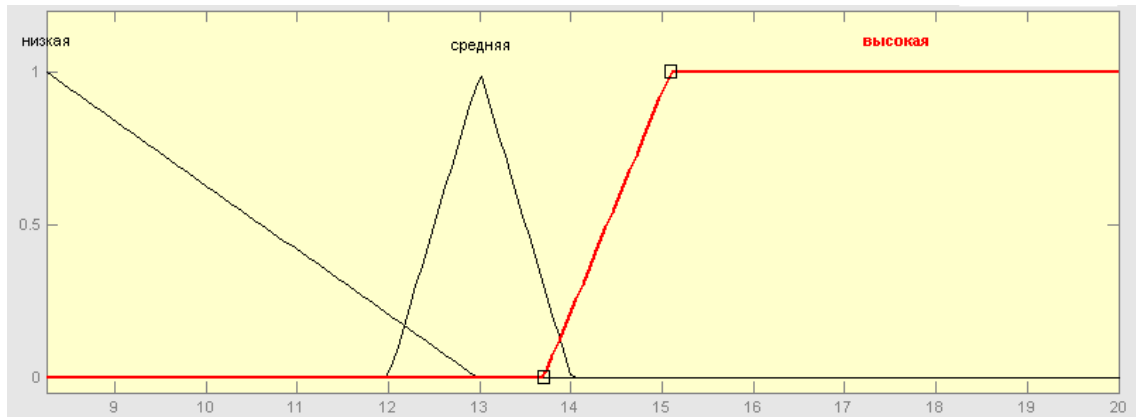


Рис.5. Функция принадлежности для переменной «Процентная ставка»

6. Кредитная история – наличие плохой репутации в сотрудничестве с другими банками (рис. 6.). Множество значений от -5 до 5 (-5 – плохая кредитная история, 0 – нейтральная, +5 – хорошая кредитная история) [3].

Термы:

- хорошая,
- нейтральная;
- плохая.

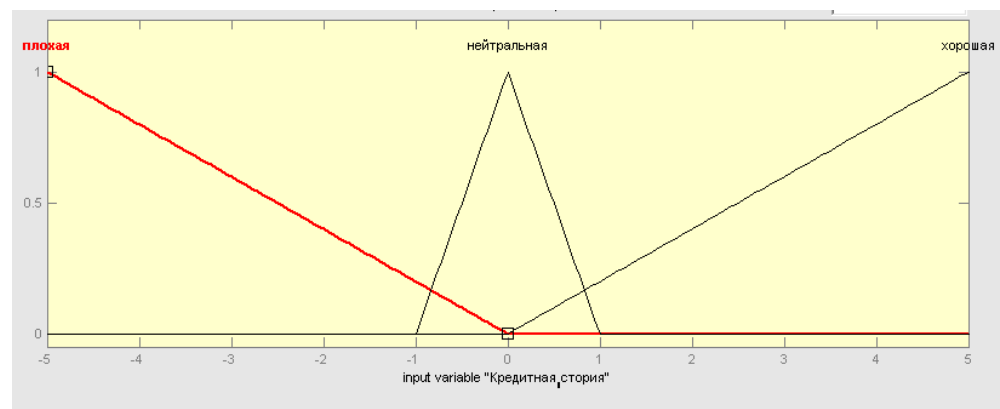


Рис.6. Функция принадлежности для переменной «Кредитная история»

При оценке кредитной истории будет учитываться следующее:

- не было отрицательных фактов в кредитной истории,
- отрицательные факты в кредитной истории были давно,
- отрицательные факты были недавно,
- отрицательные факты в настоящее время.

В таблице 1 приведен способ расчета значений переменной кредитная история.

Таблица 1

Значения входной переменной «Кредитная политика»

Значение	Способ расчета
+5	первое событие кредитной истории более 10 лет назад, активная кредитная история в течение периода, только положительные факты
+4	первое событие кредитной истории 5 и более лет назад, активная кредитная история в течение периода, только положительные факты
+3	первое событие кредитной истории 2 и более лет назад, активная кредитная история в течение периода, только положительные факты
+2	наличие одного-двух положительных фактов кредитной истории при отсутствии отрицательных
+1	активная кредитная история с преобладанием положительных фактов, допустимо наличие небольшого количества просроченных платежей (или небольших сумм просроченных платежей, при условии в последствии наступившей выплаты)
0	отсутствие кредитной истории
-1	наличие небольшого количества отрицательных фактов при продолжительной кредитной истории
-2	наличие 1-2 отрицательных фактов просроченных платежей на небольшие суммы при общей продолжительности кредитной истории до 2 лет
-3	частые просроченные платежи (или на большие суммы) в

	прошлом, закрытые к текущему моменту
-4	небольшие суммы просроченных платежей по другим банкам в настоящее время
-5	большие суммы просроченных платежей по другим банкам в настоящее время

3.1.2. Определение выходных переменных

Выходные переменные определяются так же, как и входные. В данном случае термы играют роль решений.

1. Коэффициент суммы ипотечного займа (рис 7.). Множество значений от 0 до 100. Термы:

- низкая;
- средняя;
- высокая.

По результатам анализа экспертная система выдаст значение коэффициента, представляющего собой возможное значение кредитного займа.

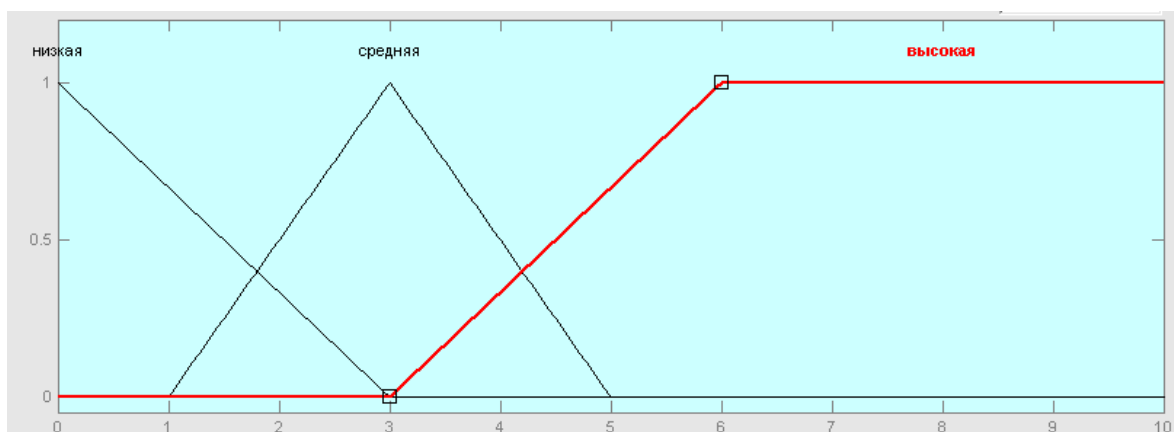


Рис.7. Функция принадлежности для выходных данных «Сумма займа»

2. Коэффициент изменения процентной ставки (рис. 8.). Множество значений от 0,7 до 1,3. Термы:

- высокий;
- средний;

– низкий.

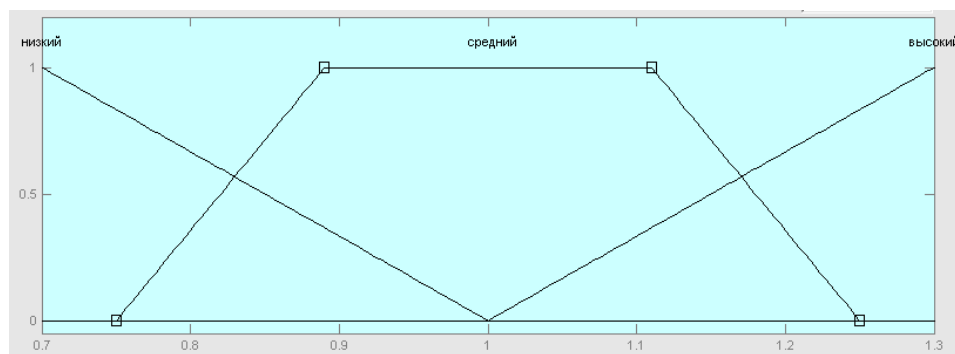


Рис.8. Функция принадлежности для выходных данных
«Процентная ставка»

По результатам анализа экспертная система выдаст значение коэффициента, на который будет необходимо разделить текущую процентную ставку для получения рекомендованной процентной ставки. Множество значений выбрано именно в таких пределах, так как банки обычно изменяют процентную ставку не более, чем на 30% от текущей.

3.1.3. Создание лингвистических правил

В механизме нечеткой логике связь между входными и выходными параметрами определяется лингвистическими правилами. Покажем логику формирования нечетких правил [20, 23].

Для рекомендации выдачи большой суммы кредитного займа необходимо выполнение следующих условий:

- доход средний или высокий;
- стаж работы средний или высокий;
- период кредитования средний или короткий;
- большая сумма первоначального взноса;
- текущая процентная ставка любая;
- кредитная история хорошая.

Для рекомендации выдачи малой суммы ипотечного кредита необходимо выполнение следующих условий:

- доход низкий;
- стаж работы низкий;
- маленькая сумма первоначального взноса;
- текущая процентная ставка любая;
- кредитная история плохая.

В остальных случаях сумму займа не изменять.

Для рекомендации понижения процентной ставки необходимо выполнение следующих условий:

- период кредитования средний или короткий;
- текущая процентная ставка средняя или высокая;
- большая сумма первоначального взноса;
- кредитная история хорошая.

Для рекомендации повышения процентной ставки необходимо выполнение следующих условий:

- текущая процентная ставка низкая или средняя;
- плохая кредитная история;
- период кредитования длинный;
- маленькая сумма первоначального взноса.

В остальных случаях текущую процентную ставку не изменять.

Зададим данные правила в системе MATLAB (приложение 1).

3.2. Тестирование работы системы

Проверим работу приведенной модели алгоритма нечеткой логики. Возьмем для рассмотрения 50 клиентов банка. Для удобства, представим информацию о клиентах в сводной таблице 2 (в данной таблице приведена часть исходных данных). Номера строк в таблице являются номерами клиентов, номера столбцов соответствуют номерам входных переменных.

Таблица 2

Сводная информация о клиентах

№ клиента	Факторы, влияющие на величину ипотечного кредита					
	1	2	3	4	5	6
1	29,5	3,3	15	50	14,1	0
2	76,5	16,25	25	20	10,9	5
3	30	5	15	35	11,5	4
4	80,1	3	20	10	15,6	-2
5	25	6	10	65	8,9	0
6	36	9,4	10	25	12,5	-3
7	58,7	1	12	35	12,5	5
8	15,9	5	25	40	11,5	4
9	22,3	7	15	25	13,5	5
10	90	10	10	50	18,2	-5

Результаты расчета, полученные в системе MATLAB, представлены в виде таблицы 3.

Таблица 3

Результаты анализа 10 клиентов

№ клиента	Выходные переменные	
	1	2
1	1,3	1
2	4,8	1,05
3	2,5	1,01
4	2	1
5	1,1	1
6	1	0,95
7	2,8	1
8	1,8	1
9	2,2	1,02
10	2,1	0,89

Система дала рекомендации по предоставлению ипотечного займа, а также изменению процентной ставки. Для процентной ставки экспертная система предложила коэффициент, на который необходимо разделить величину текущей кредитной ставки для получения рекомендованных значений.

Таким образом, результаты анализа будут выглядеть следующим образом:

1. Увеличить клиентам под номерами: 5, 9, 10.
2. Уменьшить сумму займа клиентам под номерами: 1, 2, 3, 7, 8.
3. Уменьшить процентную ставку клиентам под номерами: 2, 3, 9.
4. Увеличить процентную ставку клиентам под номерами: 6, 10.

В ходе работы над системой мы получили инструмент, с помощью которого можно легко и оперативно определять размер ипотечного займа и управлять процентными ставками.

Для проверки качества построенной нечеткой модели проверим ее значимость с помощью средней ошибки аппроксимации, рассчитав ее по формуле 5, получим

$$\bar{A} = 5.6\%.$$

Так как полученное значение меньше 8%, можно сделать вывод об удовлетворительном состоянии построенной модели.

Заключение

В ходе написания данной магистерской диссертации были рассмотрены классические и нечеткие математические модели ипотечного жилищного кредитования.

В первой главе были рассмотрены теоретические основы системы ипотечного кредитования, включающие общие сведения об ипотечном кредитовании, а также механизм его предоставления.

Во второй главе были отобраны факторы ипотечного кредитования, а также построена классическая математическая модель величины ипотечного займа с помощью многофакторного регрессионного анализа. После этого, были найдены доверительные интервалы для полученных коэффициентов регрессии, найден коэффициент детерминации и произведена оценка значимости модели.

В третьей главе была построена экспертная система ипотечного кредитования с помощью нечетких математических моделей. Для ее построения сначала были определены переменные, определяющие и влияющие на величину ипотечного займа и изменение процентной ставки, а также выбраны функции принадлежности для каждой из них. После этого были сформированы экспертные правила и смоделирована экспертная система с помощью инструмента Fuzzy Logic Toolbox в среде MATLAB. Проведена оценка полученной системы с помощью средней ошибки аппроксимации.

На основе результатов, полученных во второй и третьей главе, можно сделать вывод, что значения, полученные с помощью нечетких математических моделей, больше приближены к фактическим значениям. Это связано с тем, что значение средней ошибки аппроксимации для нечетких моделей меньше, чем для классических.

В целом можно утверждать, что цель магистерской диссертации достигнута. Результатом являются готовые к использованию регрессионная модель и экспертная система ипотечного жилищного кредитования.

Библиографический список

1. Об ипотеке (залоге недвижимости) [Электронный ресурс]: [федер. закон от 16 июля 1998 г. № 102-ФЗ: [в ред. от 7 мая 2008 г. № 101-ФЗ]. - Режим доступа: <http://www.consultant.ru>.
2. Вагапова, Д.З. Перспективы развития ипотечного кредитования [Текст] / Д.З. Вагапова // Экон. науки. - 2005. - № 2. - С. 59-67.
3. Воробьева А.А. Магистерская диссертация на тему «Разработка экспертной системы управления лимитами кредитования и процентными ставками по кредитным картам» – СПб: СПбГПУ, 2014. – 67 с.
4. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и её применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 167 с.
5. Зарецкая В.Г., Коровина Е.А. Многомерный корреляционно-регрессионный анализ зависимости объемов ипотечных кредитов от факторов макроэкономического развития // Финансы и кредит. 2007. Том . №36 (276) :- С.12-17
6. Казаков А. Проблемы развития системы ипотечного кредитования на современном этапе // Рынок ценных бумаг. – 2004. - № 3. – с. 22 – 24.
7. Леоненков А. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTech. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.
8. Пархатская А.М. Математические модели социальной значимости кредитной политики/ А.М. Пархатская// Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники: сборник трудов всероссийской конференции. – Барнаул, 2015. – С. 383-386.
9. Петриков В. П. Анализ возможностей использования информационных технологий при проведении эконометрических исследований // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – Т. 3. – С. 86–90.

10. Райзберг Б.А. Современный экономический словарь / Б.А. Райзберг, Л.Ш. Лозовский, Е.Б. Стародубцева. – 2-е изд., испр. М.: ИНФРА-М, 1999. – 479 с.
11. Савруков А. Н. Оценка факторов и прогнозирование динамики ипотечного жилищного кредитования в Российской Федерации // Финансы и кредит. 2012. № 26. С. 11-16.
12. Татарова А.В. Оценка недвижимости и управление собственностью: учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003.
13. Фиронов А. Н. Fuzzy-моделирование принятия решений в банковской практике / Анатолий Фиронов, Елена Фиронина // Банковские технологии. – 2006. – № 2. – С. 34-40.
14. Фиронов А. Н., Люшина Е. А. Нечеткая логика в анализе корпоративных клиентов // Банковские технологии. – 2003. – № 5. – С. 22-31.
15. Чернов В.Г., Ганьшина, С.И. Экспертная система поддержки принятия решений в ипотечном жилищном кредитовании, построенная на базе нечеткого логического вывода / В.Г. Чернов, С.И. Ганьшина // Научно-практический и информационно-аналитический журнал финансовая аналитика проблемы и решения. – 2012. – №2(92). – С.2-7.
16. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007, – 288с.
17. Штовба С.Д. "Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику" [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/>, свободный. – Загл. с экрана. (дата обращения: 10.05.2017).
18. Экономика и финансы. Финансовая аналитика, теория и практика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://portfinance.ru/>, свободный. – Загл. с экрана. (дата обращения: 29.05.2017).

19. Ярушкина Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: [учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 351400 «Прикладная информатика в экономике» и другим междисциплинарным специальностям] / Н. Г. Ярушкина. – М. : Финансы и статистика, 2004 . – с. 320
20. Mamdani E.N. An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller/ E.N. Mamdani, S. Assilian // International Journal of Man-Machine Studies. – 1975. – Vol. 7, No. 1. – P. 1-13.
21. Sanches A.; Pamplona E., Jose A. Capital Budgeting Using Triangular Fuzzy Numbers. V Encuentro Internacional de Finanzas. Santiago, Chile, 2005
22. Sivanandam S.N., Sumathi s., Deepa S.N. Introduction to fuzzy logic using MATLAB. Springer, 2007. – P. 441
23. Zadeh L., Bellman R. Decision-making in a fuzzy environment. Management Science, vol.17. No. 4, 1970
24. Zimmerman H.-J. Fuzzy Set Theory and its Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1996.

Пример построения лингвистических правил в системе MATLAB

The screenshot displays the MATLAB Rule Editor window. The top pane shows a list of 15 rules. Rule 1 is selected and its graphical representation is shown in the bottom pane. The graphical editor consists of several dropdown menus for variables: 'Доход is', 'Стаж is', 'Период is', 'Первоначальный_взнос is', and 'Процентная_ставка is'. Each dropdown menu contains linguistic terms like 'низкий', 'средний', 'высокий', 'мало_опыта', 'много_опыта', 'короткий', 'средний', 'длинный', 'маленький', 'средний', 'большой', 'низкая', 'средняя', 'высокая', 'none'. Below the dropdowns are checkboxes for 'not' and a 'Connection' section with radio buttons for 'or' and 'and'. A 'Weight' field is set to '1'. At the bottom, there are buttons for 'Delete rule', 'Add rule', 'Change rule', '<<', '>>', 'Help', and 'Close'. A status bar at the very bottom indicates 'The rule is added'.

Магистерская работа выполнена мной совершенно самостоятельно. Все использованные в работе материалы и концепции из опубликованной научной литературы и других источников имеют ссылки на них.

« » _____ 2017г.

_____ Пархатская Анастасия Михайловна

(подпись)

(ФИО)