2. Håkansson A., Hartung R.L., Nguyen N.T., editors. Agent and Multiagent Technology for Internet and Enterprise Systems // Studies in Computational Intelligence. – 2010. – V. 289.

3. Rybakov V.V., Terziler M., Gencer C. An essay on unification and inference rules for modal logics // Bulletin of the Section of Logic. – 1999. – V. 28, №3. – P. 145–157.

4. Bashmakov S.I. Unification and inference rules in the multi-modal logic of knowledge and linear time LTK // J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys. – 2016. – V. 9, №2. – P. 149–157.

5. Bashmakov S.I., Kosheleva A.V., Rybakov V. Non-unifiability in linear temporal logic of knowledge with multi-agent relations // Sib. Elect. Math. Reports. – 2016. – V. 13. – P. 656–663.

6. Ghilardi S. Unification Through Projectivity // J. of Logic and Computation. – 1997. – V. 7, №6. –P. 733–752.

7. Rybakov V.V. Projective formulas and unification in linear temporal logic LTLU // Logic J. IGPL. – 2014. – V. 22, №4. – P. 665–672.

8. Bashmakov S.I., Kosheleva A.V., Rybakov V. Projective formulas and unification in linear discrete temporal multi-agent logics // Sib. Elect. Math. Reports. – 2016. – V.13. – P. 923–929.

УДК 512.545

О решетке многообразий m-групп

Н.В. Баянова
АлтГУ, г. Барнаул

Напомним [1], что m-группой называется алгебраическая система G сигнатуры $\mathrm{m}=\left\langle \cdot, e, {}^{-1}, \vee, \wedge, *\right\rangle$, где $\left\langle G, \cdot, e, {}^{-1}, \vee, \wedge\right\rangle$ является решеточно упорядоченной группой (ℓ-группой) и одноместная операция $*$ – автоморфизм второго порядка группы $\left\langle G, \cdot, e, {}^{-1}\right\rangle$ и антиизоморфизм решетки $\left\langle G, \vee, \wedge\right\rangle$, т.е. для любых $x, y \in G$ выполнены соотношения:

$$(xy)_* = x_* y_*, \quad (x_*)_* = x, \quad (x \wedge y)_* = x_* \vee y_*, \quad (x \vee y)_* = x_* \wedge y_*.$$

В дальнейшем $*$ будем называть реверсивным автоморфизмом второго порядка ℓ-группы G, а m-группу с фиксированным реверсивным автоморфизмом $*$ будем записывать как пару $\left\langle G, *\right\rangle$. Свойства реверсивных автоморфизмов второго порядка были изучены в [2]. Как обычно, $[x,y]=x^{-1}y^{-1}xy$, $|x|=x\vee x^{-1}$, $x\gg y$ означает, что $|x|>|y|^n$ для любого натурального числа n.

Класс m-групп X называется многообразием m-групп, если существует множество Φ тождеств сигнатуры m такое, что X состоит из всех m-групп, на которых истинны все тождества из Φ. Множество всех многообразий m-групп M является частично упорядоченным множеством относительно теоретико-множественного включения. Более того, M является решеткой относительно естественно определенных операций пересечения и объединения многообразий m-групп. Основные свойства многообразий m-групп и решетки многообразий m-групп были указаны М. Жироде и Й. Рахунеком в [1]. Исследование свойств решетки многообразий m-групп продолжили В.М. Копытов и Й. Рахунек [3], Н.В. Баянова и А.В. Зенков [4].

В [1] введено многообразие m-групп C, задаваемое тождеством $xx_*=x_*x$. Через $\mathrm{var}_m(\langle K,*\rangle)$ обозначим многообразие m-групп, порожденное m-группой $\langle K,*\rangle$.

Согласно [5], обозначим через $A(n,2)$, $n\in N$, группу

$$A(n,2)=гр<u_1,\dots,u_n,a\,\|\,[u_i,u_j]=[a,u_i^2]=e,$$

$$[(u_1^{\sigma_1}\cdot\ldots\cdot u_n^{\sigma_n})^{-1}au_1^{\sigma_1}\cdot\ldots\cdot u_n^{\sigma_n},a]=e>,$$

где $i,j=1,2,\dots,n$ и $(\sigma_1,\dots,\sigma_n)\in M_n=\{(\sigma_1,\dots,\sigma_n)|\ \ \sigma_i\in\{0,1\}\}$. Решеточный порядок на группе $A(n,2)$, $n\in N$ определим соотношениями:

1) $u_1\gg u_2\gg\ldots\gg u_n\gg a>e$,

2) $a\wedge(u_1^{\sigma_1}\cdot\ldots\cdot u_n^{\sigma_n})^{-1}au_1^{\sigma_1}\cdot\ldots\cdot u_n^{\sigma_n}=e$, при $\sum_{i=1}^{n}\sigma_i\neq 0$, где $(\sigma_1,\dots,\sigma_n)\in M_n$.

На ℓ-группе $A(1,2)=гр<u,a\,\|\,[a,u^2]=e,\ [u^{-1}au,a]=e>$ определим реверсивный автоморфизмом второго порядка $*_1$ по правилу: $(u)_{*_1}=u^{-1}$, $(a)_{*_1}=(a^u)^{-1}$, $(a^u)_{*_1}=a^{-1}$.

Теорема 1. (М.Жироде, Й. Рахунек, [1]) Многообразие m-групп C содержит многообразие m-групп $\mathrm{var}_m(\langle A(1,2),*_1\rangle)$.

Лемма 1. (Н.В. Баянова, [6]). Отображение $*:A(n,2)\to A(n,2)$ определяемое правилом

$$(u_i)_*=u_i^{-1},\quad (a)_*=a^{-1},\quad (a^{u_1^{\sigma_1}\ldots u_n^{\sigma_n}})_*=(a^{u_1^{\sigma_1}\ldots u_n^{\sigma_n}})^{-1},$$

где $i=1,\dots,n$ и $\sum_{i=1}^{n}\sigma_i \neq 0,\quad (\sigma_1,\dots,\sigma_n)\in M_n$ является реверсивным автоморфизмом второго порядка ℓ-группы $A(n,2)$.

Лемма 2. Для любого натурального $n\in N$ многообразие m-групп $\mathrm{var}_m\left(\langle A(n,2),*\rangle\right)$ строго содержится в многообразии m-групп $\mathrm{var}_m\left(\langle A(n+1,2),*\rangle\right)$.

Теорема. Для любого натурального $n\in N$ многообразие m-групп C не содержит многообразие m-групп $\mathrm{var}_m\left(\langle A(n,2),*\rangle\right)$.

Доказательство. В силу леммы 2 достаточно показать, что m-группа $\langle A(1,2),*\rangle \notin C$. Пусть $x=ua$ тогда $x_*=u^{-1}a^{-1}$. Поэтому $xx_*=uau^{-1}a^{-1}=a^{u^{-1}}a^{-1},\quad x_*x=u^{-1}a^{-1}ua=(a^{-1})^u a.$ □

Библиографический список

1. Giraudet M., Rachunek J. Varieties of half lattice-ordered groups of monotonic permutations of chains // Czech. Math. J.– 1999. – № 124(49). – P. 743–766.

2. Баянова Н.В., Никонова О.В. Реверсивные автоморфизмы решеточно упорядоченных групп // Сиб. мат.ж. – 1995. – №4(36) – С. 765–768.

3. Копытов В.М., Рахунек Й. Наибольшее собственное многообразие m-групп // Алгебра и логика.– 2003.–№5(42)– С. 624–635.

4. Баянова Н.В., Зенков А.В. О бесконечной дистрибутивности в решетке многообразий m-групп // Алгебра и логика. – 2015. – №1(54)– С. 3–15.

5. Гурченков С.А. Многообразия ℓ-групп с тождеством $[x^p, y^p]=e$ конечно-базируемы // Алгебра и логика.–1984.–№1(23). – С. 27–47.

6. Баянова Н.В. О новом классе m-групп // МАК-2014: сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике, посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 3–4.