если $r, s \in \Phi^+$, то $e_r * e_s$ равно 0 при $r + s \notin \Phi^+$ и $N_{rs}e_{r+s}$ при $r, s, r + s \in \Phi^+$, где $N_{rs} = \pm 1, \pm 2$ или (тип G_2) ± 3.

К обертывающей алгебре $R = (R, +, \cdot)$ алгебры Ли NΦ(K) приходим, полагая: $e_r e_s = 0$ при $r + s \notin \Phi$, а если $r, s, r + s \in \Phi^+$ и $N_{rs} \geq 0$, то $e_r e_s = e_{r+s}$ и $e_s e_r = -(N_{rs} - 1)e_{r+s}$.

Мы рассматриваем следующие вопросы и задачи.

1. Вопросы перечисления идеалов алгебр Ли NΦ(K) классических типов над полем [3; Проблемы 1 и 2] и их аналоги для исключительных типов.
2. Установление равносильности для определенных типов проблемы 1 из [3] задаче перечисления всех идеалов алгебры R.
3. Группы автоморфизмов колец R и NΦ(K) над ассоциативно коммутативным кольцом K с единицей.

Исследования поддерживаются грантом РФФИ (код проекта 16-01-00707).

Библиографический список

1. Laufer J., Tomber M.L. Some Lie admissible algebras // Canad. J. Math, 1962. – №14. – P. 287–292.
2. Carter R. Simple Groups of Lie type. – New York : Wiley and Sons, 1972.
3. Egorychev G.P., Levchuk V.M. Enumeration in the Chevalley algebras // ACM SIGSAM Bulletin, 2001. – №35. – P. 20–34.

УДК 512.54.01

Об одном свойстве класса Леви, порожденного квазимногообразием qH_2

В.В. Лодейщикова
АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Рассмотрим произвольный класс групп M. Классом Леви, порожденным M, будем называть класс всех групп G, в которых нормальное замыкание $(x)^G$ любого элемента x из G принадлежит M.

Классы Леви были введены в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой изучались группы с абелевыми нормальными замыканиями.

Р.Ф. Морс [3] доказал, что если M – многообразие групп, то класс Леви, порожденный M, также будет многообразием групп. А.И. Будкин в работе [4] получил аналогичный результат для квазимногообразий групп.

Введем некоторые обозначения: qK – квазимногообразие, порожденное классом групп K (если K={G}, то пишем qG), $F_2(N_2)$ – свободная группа ранга 2 в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2.

А.И. Будкин [4] доказал, что если K – произвольное множество нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядков 2 и 5, и в каждой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой, то класс Леви, порожденный qK, содержится в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 3. В работе А.И. Будкина и Л.В. Тараниной [5] данный результат был усилен и доказана аналогичная теорема для произвольного множества нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядка 2.

Рассмотрим группы, имеющие следующие представления в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2:

$$H_p = gr\left(x, y \mid [x,y]^p = 1\right), \; H_{p^s} = gr\left(x, y \mid [x,y]^p = x^{p^s} = y^{p^s} = 1\right),$$

где s – натуральное число, p – простое число.

Набор qH_{p^s} (исключая qH_{2^1}), qH_p, $qF_2(N_2)$ (p – простое число), представляет собой полный список почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп (т.е. неабелевых квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы).

В работах [6-8] найдены описания классов Леви, порожденных почти абелевыми квазимногообразиями нильпотентных групп (исключая класс Леви, порожденный qH_2). С.А. Шахова [9, 10] показала, что квазимногообразие Леви, порожденное классом qH_{p^s} конечно аксиоматизируемо.

В [11] установлено существование класса K такого, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, – абелева подгруппа, но класс Леви, порожденный qK содержит нильпотентную группу ступени 4.

В [12] построена нильпотентная ступени 3 группа, которая принадлежит классу Леви, порожденному qH_2.

Данная работа продолжает исследование квазимногообразия Леви, порожденного qH_2.

Теорема. Всякая 2-порожденная группа G, принадлежащая классу Леви, порожденному квазимногообразием qH_2, нильпотентна ступени не выше 3.

Библиографический список

1. Kappe L.C. On Levi-formation // Arch. Math. – 1972. – №6 (23). – P. 561–572.

2. Levi F.W. Groups in which the commutator operation satisfies certain algebraic condition // J. Indian Math. Soc. – 1942. – V. 6. – P. 87–97.

3. Morse R.F. Levi-properties generated by varieties // The mathematical legacy of Wilhelm Magnus. Groups, geometry and special functions (Contemp. Math., 169), Providence, RI, Am. Math. Soc. – 1994. – P. 467–474.

4. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сибирский математический журнал. – 1999. – №2 (40). – С. 266–270.

5. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2000. – №2 (41). – С. 270–277.

6. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентыми группами // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – №1 (61). – С. 26–29.

7. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентыми группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – №6 (51). – С. 1359–1366.

8. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты ps // Алгебра и логика. – 2011. – №1 (50). – С. 26–41.

9. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге квазимногообразия M_{p^2} // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – №1/2 (85). – С. 179–182.

10. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге класса Леви, порожденного квазимногообразием qH_{p^s} // МАК: «Математики – Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 10–11.

11. Лодейщикова В.В. Об одном квазимногообразии Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – №1/2 (65). – С. 42–45.

12. Лодейщикова В.В. О классе Леви, порожденном почти абелевым квазимногообразием нильпотентных групп // Известия Алтайского государственного университета. – 2016. – №1 (89). – С. 148–151.