

Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 514.113

Восстановление зонотопов в \mathbb{R}^3 по предписанному числу вершин, ребер и граней

П.В. Кашкарев
АлтГУ, г. Барнаул

Зонотопом называют полиэдр в \mathbb{R}^n , который можно представить в виде суммы Минковского нескольких отрезков. Исследованию свойств зонотопов были посвящены работы [1–3].

В настоящей работе проводится изучение свойств зонотопа в евклидовом пространстве \mathbb{R}^3 . Составлен и реализован в среде Matlab алгоритм, позволяющий строить изображение зонотопа при заданных слагаемых суммы Минковского.

Каждому зонотопу можно сопоставить конфигурацию прямых в плоскости \mathbb{R}^2 . Изучены свойства конфигураций, соответствующих зонотопам, а также рассмотрена задача о восстановлении зонотопа по числу его вершин, ребер и граней. Также доказаны следующие утверждения:

1. Число граней f равно удвоенному кол-ву точек k пересечения прямых в конфигурации зонотопа на плоскости ($f=2k$).

2. Число ребер зонотопа $e = 2 \sum_{i=1}^k Li$, где L – число прямых пересекающихся в точке i .

3. Число вершин зонотопа $v=2(h-n)$, где n – число векторов образующих зонотоп с помощью суммы Минковского, а h число ячеек на конфигурации зонотопа на плоскости H .

Используя известные алгоритмы перечисления конфигураций, как показано в работе [3], с помощью данных теорем возможно перечислить все зонотопы, имеющие заранее предписанные числа граней, ребер, вершин. В работе приведен список зонотопов с 28 гранями.

Библиографический список

1. McMullen P. Polytopes with centrally symmetric faces / McMullen P. –Israel: Israel J. Math., 1970. – 372p.
2. Matthias B. Computing the Continuous Discretely / Matthias B, Sinai Robins. – Berlin: Springer, 2015. – 230 p.
3. Edelsbrunner H. Algorithms in combinatorial geometry / Edelsbrunner H. – Berlin: Springer-Verlag, 1987. – 423 p.