УДК 519.6:539.3

# О численном исследовании напряженно-деформированного состояния материала в окрестности отверстия

*А.В. Устюжанова, Г.В. Кравченко*
*АлтГУ, г. Барнаул*

Полости или пустоты в геологических материалах, образовавшиеся в результате природных процессов или вследствие технологической деятельности человека, могут быть причиной возникновения провалов земной поверхности. В связи с этим становится актуальной задача исследования напряженно-деформированного состояния материала в окрестности отверстий и определение условий, при которых начинается разрушение. В качестве критерия разрушения рассмотрен предел прочности материала.

Процессы деформирования, протекающие в геологических материалах, достаточно сложные и зависят от разных факторов, в том числе от размеров отверстия и механических свойств окружающей среды.

Решению задач о напряженно-деформированном состоянии в окрестности отверстий аналитическими и численными методами посвящены работы разных авторов, например, [1–4].

В данной работе представлено численное решение задачи нахождения полей напряжений $\sigma_{ij}$ $(i, j = 1,\ 2)$ в плоской упругой области в окрестности круглого отверстия.

Постановка задачи включает уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0,$$

закон Гука

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\varepsilon_{mm}\right),$$

где $\nu$ – коэффициент Пуассона, $E$ – модуль упругости, и соотношения, связывающие компоненты деформаций $\varepsilon_{ij}$ $(i, j = 1, 2)$ с перемещениями $u_i$ $(i = 1, 2)$,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right).$$

Краевые условия задаются на внешней границе прямоугольной области. Граница отверстия считается свободной от напряжений.

Алгоритм численного решения, реализованный в виде компьютерной программы, основан на методе конечных элементов [5]. Исследу-

емая область разбивается конечными треугольными элементами. Вблизи отверстия сетка конечных элементов корректируется так, чтобы узлы сетки проходили через граничные точки отверстия. Применение метода конечных элементов к рассматриваемой задаче сводится к решению системы алгебраических линейных уравнений, где $K$ – глобальная матрица жесткости, $U$ – вектор искомых узловых перемещений, а вектор правых частей $F$ строится на основе известных данных. После определения узловых перемещений вычисляются деформации и напряжения в каждом конечном элементе. В результате полученных величин строятся изолинии полей напряжений в исследуемой области.

Построенный алгоритм численного решения позволяет получать результаты в зависимости от граничных условий, а также для разных форм отверстий.

В вычислительных расчетах размеры исследуемой области приведены к безразмерному виду. В качестве характерного линейного размера выбран горизонтальный размер прямоугольника. Вертикальный размер прямоугольника, отнесенный к горизонтальному размеру, равен $H$. В качестве характерного напряжения выбрано значение.

Численные расчеты проведены при следующих значениях параметров: $E = 42000$ МПа, $\nu = 0.3$, $H = 1.015$. Центр круглого отверстия находится в точке с координатами $x_0 = 0.5$, $y_0 = 0.495$, а радиус равен $a = 0.071$. Условия на границе: $\sigma_{11} = 0.006$ при $x_1 = 0$, $\sigma_{11} = -0.006$ при $x_1 = 1$, $\sigma_{22} = -0.012$ при $x_2 = H$.

На рисунке 1 построены изолинии максимального касательного напряжения $\tau_{\max} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}$.

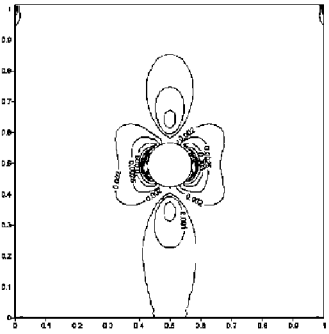

Рисунок 1 – Изолинии

Если рассмотреть значение предела прочности, равное 25 МПа, которое соответствует в безразмерном виде значению 0.059, то отметим,

что напряжения, полученные в результате вычислений, в окрестности отверстия меньше этого значения и материал не подвергается разрушению в данном случае.

Анализ напряженно-деформированного состояния показывает, что наибольшая концентрация напряжений наблюдается вблизи самого отверстия. При достижении предела прочности материал начнет разрушаться вокруг отверстия. Разрушение может сопровождаться постепенным разрыхлением материала в верхней части над отверстием, его послойным обрушением и уплотнением в нижней части отверстия. Такой процесс может быть достаточно длительным и привести к обрушению (образованию провала) земной поверхности.

**Библиографический список**

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

2. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наукова думка, 1968. – 352 с.

3. Мокряков В.В. Применение метода мультипольного разложения для расчета напряженного состояния в бесконечной упругой плоскости, содержащей несколько круговых отверстий // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, №2. – С. 168–177.

4. Устюжанова А.В., Кравченко Г.В. Численное исследование напряженно-деформированного состояния в окрестности горной выработки // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2017. – №1 (93). – С. 136–139.

5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 543 с.

**УДК 532.5+519.6**

## Характерные особенности трёхмерных конвективных течений с границей раздела

***Ж.С. Филимонова[1], В.И. Хибченко[1], О.Н. Гончарова[1,2]***

*[1]АлтГУ, г. Барнаул; [2]ИТ СО РАН, г. Новосибирск*

Изучаются двухслойные конвективные течения несмешивающихся вязких несжимаемых жидкостей на основе точных решений уравнений Обербека-Буссинеска. Полагается, что жидкости заполняют бесконечный канал с прямоугольным поперечным сечением и находятся под действием продольного градиента температуры и поперечно направленной силы тяжести. На термокапиллярной границе раздела, которая