Другим отличием является возникновение новой задачи по оценке оптимального распределения указанных ресурсов, ответственным за определение которого выступает центр.

Тогда в указанных условиях задача может быть решена:

1. Нахождение коэффициента x_0;

2. Задача распределения ресурсов.

Предложенная математическая модель системного компромисса экономии ресурсов, позволяет с использованием соответствующих данных оперативно корректировать нормы расхода ресурса и оценки информированности подразделений.

Данная модель может быть использована при оценке потенциала энергосбережения производственных подразделений (в рамках выбранных технологий энергосбережения).

Библиографический список

1. Алгазин Г.И. Модели системного компромисса в социально-экономических исследованиях : монография. – Барнаул: Азбука, 2009. – 239 с.

2. Михеева Т.В. Исследование корпоративных производственных систем с применением математического и компьютерного моделирования : монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – 121 с.

УДК 519.6

Метод Данцига-Вулфа: алгоритм локализации блочного квадратичного программирования

Н.М. Оскорбин, Д.С. Хвалынский
АлтГУ, г. Барнаул

В докладе рассматриваются методы решения задач оптимизации большой размерности, которые имеют композиционно-блочную структуру целевой функции и функций – ограничений следующего вида [1–5]:

$$F^* = \max_{x_t \in X_t,\, t=1,\dots,T} \left\{ f(\tilde{z}_1(x_1),\dots,\tilde{z}_T(x_T) \mid g(\tilde{z}_1(x_1),\dots,\tilde{z}_T(x_T) \le 0 \right\}, \qquad (1)$$

где $\tilde{z}_t : X_t \to Z_t \subset R^{m_t};\ f : Z \to R;\ g : Z \to R^m;\ Z = Z \times \ldots \times Z$.

Эквивалентное преобразование этого класса задач позволяет предложить новый класс методов декомпозиции, которые отличаются способом аппроксимации множества допустимых решений задачи координации.

Показано, что в частном случае задач выпуклого программирования рассмотренный подход аналогичен методу разложения Данцига-Вульфа, который ранее применялся для задач линейного программирования [1, 2].

В данной работе этот подход используется для построения иерархического алгоритма решения задач квадратичного программирования, который исследован теоретически и с использованием численных методов.

Исследование проводится на примере задачи квадратичного программирования, которая рассматривается как математическая модель планирования объединения T промышленных предприятий в следующем виде:

$$\max_{x \in X} \left\{ \sum_{t=1}^{T} -(P_t^H - p_t x_t)^2 \mid x_t \in X_t,\, t = 1,\dots,T;\ \sum_{t=1}^{T} \bar{A} x_t \le B \right\}, \qquad (2)$$

где P_t^H – потенциальная прибыль, а X_t – допустимое множество планов блока t : $X_t = \left\{ x_t \in R^{n_t} \mid A_t x_t \le B_t;\ x_t \ge 0 \right\}$.

Матрицы в приведенных выражениях имеют следующие размерности: $p_t - (1 \times n_t); x_t - (n_t \times 1); \bar{A}_t - (m \times n_t); B - (m \times 1); A_t - (m_t \times n_t)$.

Экономический смысл модели планирования состоит в оптимизации планов производства объединения, при котором потенциальные возможности предприятий по прибыли максимально реализуются при ограниченных ресурсах объединения.

Для задачи (2) введем агрегаты $P_t = p_t x_t, S_t = \bar{A}_t x_t$ и множество Z_t допустимых значений этих агрегатов. Координирующая задача для (2) имеет вид [1]:

$$\max_{(P,S)} \left\{ \sum_{t=1}^{T} -(P_t^H - P_t)^2 \mid (P_t, S_t) \in Z_t,\, t = 1,\dots,T;\ \sum_{t=1}^{T} S_t \le B \right\}. \qquad (3)$$

Для итерационного решения задачи (3) в данной работе мы предлагаем новый алгоритм локализации, который базируется на обобщенном правиле множителей Лагранжа [6; 2, с. 262].

Пусть на итерации k алгоритма найдены множества $Z_t^k \subseteq Z_t$, а при решении задачи (3) на этих множествах получены точки $z_t^k \in Z_t$ и двойственные переменные u^k. В отличие от стандартной процедуры мы считаем, что найденная точка будет оптимальной для соответствующего блока задачи (3) если для всех $z_t \in Z_t$ будет справедливо неравенство:

$$2(P_t^H - P_t)(P_t - P_t^k) - u^k (S_t^k - S_t) \le 0 . \quad (4)$$

Если неравенства (4) выполнены для всех $t = 1,...,T$, то в данном случае мы можем вычислить вектор x^* – решение задачи (2).

Введем обозначения: $\beta_t^k = u^k S_t^k$. Тогда при переходе к исходным переменным неравенство (4) эквивалентно следующему неравенству:

$$\delta_t^k = \left[\max_{x_t} \left\{ -2(p_t x_t - P_t^H)(p_t x_t - P_t^k) + u^k \overline{A}_t x_t \mid x_t \in X_t \right\} - \beta_t^k \right] \le 0 . \quad (5)$$

В сравнении с работой [1], в которой индикатор оптимальности сводился к задаче линейного программирования, проверка неравенства (5) проводится решением задачи квадратичного программирования. В этом случае при выполнении условия (5) мы получает решение исходной задачи (2), что является отличительной особенностью иерархических алгоритмов локализации [2].

На тестовых задачах проверена сходимость данного алгоритма, т.е. проверено, что рассчитывается последовательность $\left\{ z^k \right\}_{k=1}^{\infty}$, которая сходится к z^* – решению координирующей задачи (3). Еще одно отличие предложенного алгоритма от классического алгоритма Данцига-Вульфа состоит в необходимости задания требуемой точности решения задачи (3).

Рассмотренный алгоритм для задачи квадратичного программирования (2) реализован в среде MS Excel и проведено исследование его работоспособности. На тестовых задачах определена скорость сходимости по числу глобальных итераций и показано, что предложенный алгоритм по этому показателю не существенно отличается от алгоритма Данцига-Вульфа в блочном квадратичном программировании, предложенного в работе [1]. Так задача (2) с 12 переменными и 24 ограничениями при двух видах ресурсов объединения на четырех начальных итерациях имела оценки погрешности по функционалу в 46,59%; 30,43%; 0,88%; -0,02% соответственно. Изменение знака оценки погрешности на последней итерации свидетельствует о том, что расчеты уже проводятся в зоне ошибок вычислений.

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М., Хвалынский Д.С. Декомпозиция экстремальных задач на основе метода Данцига-Вульфа // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных трудов Международной молодежной школы-семинара, 5–8 ноября 2013. – Барнаул : Из-во Алт. ун-та, 2013. – С. 199–203.

2. Мамченко О.П., Оскорбин Н.М. Моделирование иерархических систем: учеб. для вузов. – Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2007.

4. Оскорбин Н.М. О схемах блочного программирования // Экономика и математические методы. – 1981. – Вып. 5. – С. 964–972.

5. Первозванский А.А., Гайцгори В.Г. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация. – М.: Наука, 1979.

6. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. – М. : Наука, 1978.

УДК 51-74

Применение кластерного анализа для выявления однотипных участков автомобильной дороги

Е.В. Печатнова

АлтГУ, г. Барнаул

Определение потенциальной опасности участков автомобильных дорог имеет большое значение при их проектировании, строительстве, а также планировании мероприятий по повышению безопасности дорожного движения. Для оценки потенциальной опасности большую роль играет выделение среди участков однотипных – схожих по дорожным параметрам.

Применение методов кластерного анализа позволит разбить множество участков L выбранной автомобильной дороги на n кластеров (подмножеств подобных участков) $O_1, O_2 \ldots O_n$, так чтобы каждый участок L_i принадлежал только одному подмножеству, а участки внутри одного кластера были сходными, в то время как участки дороги принадлежащие разным подмножествам значительно отличались между собой [1].

В качестве объекта исследования выбран отрезок автомобильной дороги федерального значения А322 Барнаул – Рубцовск – граница с Республикой Казахстан в Калманском районе. Заданный отрезок разбит на 48 участков равной длины – на километровые участки. Для каждого километра дороги оценивались показатели дороги, дорожных объектов и придорожной ситуации и в качестве основных параметров выбраны: характеристики кривизны дороги, продольного уклона, пересечений, геометрические характеристики элементов дороги, наличие объектов улично-дорожной сети (АЗС, кафе и пр) [2]. Всего выбрано 25 основных параметров.