конференции по математике «МАК-2017»; Материалы молодежной прикладной IT школы «Математическое методы и модели в экологии», Барнаул, 29 июня – 1 июля 2017 г. : [тексты докладов] / АлтГУ [и др.] ; [гл. ред. Н. М. Оскорбин]. – Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2017. – С. 279–281.

УДК 372.851

Повышение мотивации учащихся на занятиях по математике через наработку техники некоторых вычислений

В.Н. Токарев, Е.В. Токарева
АлтГТУ г. Барнаул; АлтГУ г. Барнаул

Обучение математике теряет свою яркость каждый раз, когда учащиеся и студенты сталкиваются с простыми на вид операциями и выполняют их с ошибками. Типичные ошибки учащихся на выпускных экзаменах – неправильное извлечение квадратных корней, элементарные ошибки в вычислениях. Допущение таких ошибок не способствует развитию мотивации и повышению познавательного интереса на занятиях по математике.

Хотя каждый учитель математики сможет объяснить и показать примеры вычисления квадратных корней, лучшим учебником будет «Арифметика» Л. Эйлера [1] с ясным изложением правил, упрощенной техникой вычислений. Эйлер в обращении к читателю делает акцент на необходимости поиска наиболее эффективных способов вычислений: он подчеркивает, что большинство учебников не заботится «о тех способах, чрез которые счисление легче и короче учинить можно, но тем только удовольствуются, чтоб о всем основание в коротких словах показано было». О необходимости обращения к «несовременным» учебникам классиков математической науки и упоминание эйлеровского метода извлечения корней из «составных количеств» было сделано в работе авторов [2].

Данная заметка призвана открыть для читателей метод Эйлера (см. примеры на рисунке 1). Метод прост и универсален, и действительно изящен, не требуется никаких подборов, определения границ корней.

Во-первых, число делится справа на группы по два разряда (можно получать значения и иррациональных корней, на рисунке примеры для чисел 2 и 20). Далее, слева направо: извлекаем корень из самой левой части – двузначного или однозначного числа, записываем результат справа после фигурной скобки (такая форма записи предлагается авторами статьи). Вычисляем квадрат получившейся цифры и вычитаем из первого двузначного числа ($\sqrt{20} > 4,\ 4^2 = 16,\ 20 - 16 = 4$). Далее опускаем третью цифру числа и записываем деление столбиком на удвоенный первый результат (опускаем «0», записываем деление столбиком 40 на $2 \cdot 4 = 8$), и частное пишем не снизу как обычно при делении столбиком, а дважды: рядом с делителем, получая новый делитель, и также приписывая его к результату за фигурной скобкой (т.е. получаем 85 и 45 (4,5)). Новый делитель умножаем на просто делитель (т.е. 85 умножаем на 5) и произведение вычитаем, опустив ещё одну цифру (т.к. $85 \cdot 5 > 400$, при вычитании получилось бы отрицательное число, то 5 зачёркиваем и выполняем всё с 4: $84 \cdot 4 = 336, 400 - 336 = 64$. Далее действия повторяются: опускаем 0, 640 делим на удвоенный предварительный ответ 44 ($\frac{640}{88} > 7$), приписываем 7 дважды, следующий 0 опускаем вниз, $887 \cdot 7 = 6209 < 6400$, вычитаем. Очевидно, для иррациональных чисел процесс бесконечный. В общем случае, если остаток равен 0, число рациональное, корень извлечён, результат получен.

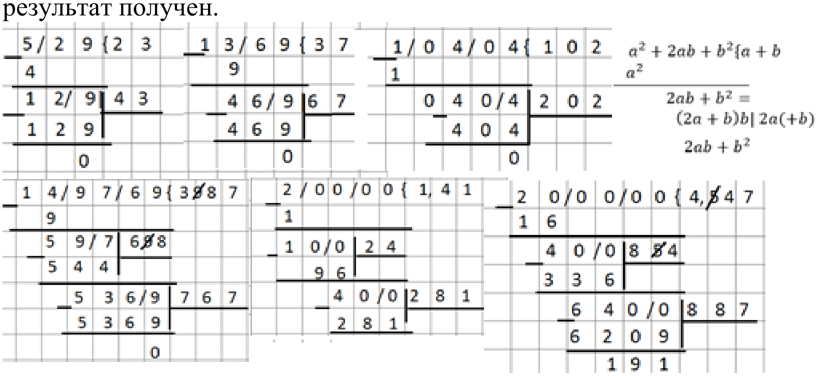

Рисунок 1 – Извлечение корней из составных количеств (по Эйлеру)

Проверить результат можно умножением «просто счисляя»: по правилу «вертикально и крест-накрест», при достаточной тренировке практически устно.

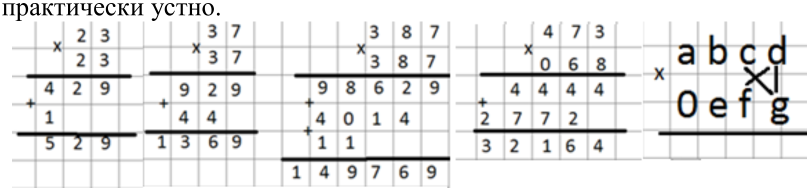

Рисунок 2 – Вычисление произведения двух чисел по правилу «вертикально и крест-накрест»

Поясним алгоритм для примеров на рисунке 2. Порядок действий для умножения $387 \cdot 387$: $7 \cdot 7 = 49$, $8 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 112$, $3 \cdot 7 + 3 \cdot 7 + 8 \cdot 8 = 106$, $3 \cdot 8 + 3 \cdot 8 = 48$, $3 \cdot 3 = 9$, для умножения $473 \cdot 68$: $3 \cdot 8 = 24$, $7 \cdot 8 + 6 \cdot 3 = 74$, $4 \cdot 8 + 0 \cdot 3 + 7 \cdot 6 = 74$, $4 \cdot 6 + 0 \cdot 7 = 24$, $0 \cdot 4 = 0$.

Такое общее правило умножения можно применять не только для десятичных чисел, но и для умножения многочленов и даже бесконечных рядов, для нахождения коэффициентов в разложении бинома.

Приведём ещё один полезный для студентов алгоритм: разложения на простейшие дроби «сложных» дробей с «большими» степенями множителей знаменателя (по мотивам статьи [3] с усовершенствованием через применение схемы Горнера). Такие примеры часто обходят на практических занятиях, и студенты не имеют возможности научиться «спокойно» решать эти и связанные с ними задачи (интегрирование дробно-рациональных функций). Метод универсален и подходит даже для дробей с квадратичным множителем в знаменателе [4].

Пример. Разложить на простейшие дробь $\frac{3x^2-5x+2}{(x-1)^5(x+1)^4x^3}$

Разложим по степеням выбранного множителя $(x-1)$ из знаменателя числитель $P(x) = 3x^2 - 5x + 2$ и часть знаменателя, не содержащую выбранный множитель: $Q(x) = (x+1)^4x^3 = x^7 + 4x^6 + 6x^5 + 4x^4 + x^3$.

Таблица 1 – Схема Горнера для разложения числителя дроби по степеням $(x-1)$

	3	-5	2
1	3	-2	0
1	3	1	
1	3		

Таблица 2 – Схема Горнера для разложения знаменателя дроби по степеням $(x-1)$

	1	4	6	4	1	0	0	0
1	1	5	11	15	16	16	16	16
1	1	6	17	32	48	64	80	
1	1	7	24	56	104	168		
1	1	8	32	88	192			
1	1	9	41	129				

$P(y) = y + 3y^2$, $Q(y) = 16 + 80y + 168y^2 + 192y^3 + 129y^4$

Находим $\frac{P(y)}{Q(y)}$, деление начинаем с младших степеней, вычисляем только первые 5 коэффициентов частного (как и слагаемых, которых было 5). Получившееся частное $\frac{1}{16}y - \frac{1}{8}y^2 - \frac{1}{32}y^3 + \frac{23}{32}y^4$ делим на y^5

(в знаменателе исходной дроби $(x-1)^5$). Получаем часть разложения на простейшие, связанную с множителем $(x-1)^5$:

$$\frac{1}{16(x-1)^4}-\frac{1}{8(x-1)^3}-\frac{1}{32(x-1)^2}+\frac{23}{32(x-1)} \qquad (1)$$

Таким образом, можно получить разложение независимо по всем группам корней знаменателя.

Заметим, что для множителя x^3 ответ получается почти устно:

$$-\frac{2}{x^3}+\frac{3}{x^2}-\frac{8}{x} \qquad (2)$$

Для множителя знаменателя $(x+1)^4$ будет соответственно:

$$\frac{5}{16(x+1)^4}+\frac{11}{8(x+1)^3}+\frac{115}{32(x+1)^2}+\frac{233}{32(x+1)} \qquad (3)$$

Сумма выражений (1), (2), (3) даст полный ответ.

Таким образом, даже объёмные по количеству вычислений примеры могут быть упрощены.

Библиографический список

1. Эйлер Л. Универсальная арифметика. Том 1. – Санкт-Петербург, 1768. – 376 с.

2. Богарова Е.В., Кравченко Г.В., Токарев В.Н. Методы развития мышления студентов на занятиях по математике: технологии и переводы // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – С. 220–224.

3. Лопшиц А.М. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие и интерполяционная задача Эрмита // Математика, ее преподавание, приложения и история, Матем. просв., сер. 2, 1, 1957. – С. 169–176.

4. Пизо Ш., Заманский М. Курс математики. Алгебра и анализ / перевод с французского Е.И. Стечкиной. – М.: Наука, 1971. – 656 с.

УДК 37.013

Интеграция содержания образования как средство развития профессионального интереса студентов

Г.Н. Файзиева

РИ (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

Особое место в системе интересов человека занимает профессиональный интерес, выражающий отношение человека к конкретной профессии, являясь единственным «внутренним» регулятором профессиональной деятельности. Профессиональный интерес включает по-