7. Баянова Н.В., Зенков А.В. Об о-аппроксимируемых накрытиях в решетке многообразий m-групп // Сиб. электр. мат. известия. – 2018. URL:http://semr.math.nsc.ru/v15/p1818-1822.pdf

8. Баянова Н.В., Зенков А.В. О бесконечной дистрибутивности в решетке многообразий m-групп // Алгебра и логика. – 2015. – № 1(54) – С. 3–15.

9. Зенков А.В. Накрытия в решетке многообразий m-групп // Сиб. мат. ж. – 2006. – № 1(47) – С. 73–80.

УДК 512.57

W-независимая аксиоматизируемость квазимногообразий групп

А.И. Будкин
АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп – это класс групп, определимый специальными формулами, называемыми квазитождествами. В этой работе изучается вопрос о существовании независимых и w-независимых базисов квазитождеств, интерес к которому возрос в последнее время.

Множество квазитождеств называется независимым, если оно не эквивалентно никакому своему собственному подмножеству.

Множество квазитождеств называется w-независимым, если его можно разбить на счетное множество подмножеств таких, что удаление любого из этих подмножеств приводит нас к множеству квазитождеств, не эквивалентному исходному.

Примером w-независимого множества квазитождеств является любое бесконечное независимое множество квазитождеств.

Существует тесная связь между независимыми, w-независимыми базисами квазитождеств и определенными свойствами решеток квазимногообразий групп.

Отметим, что из существования бесконечного независимого базиса у данного квазимногообразия следует наличие бесконечного множества покрытий этого квазимногообразия в решетке квазимногообразий групп.

Аналогично, из существования w-независимого базиса квазитождеств у данного квазимногообразия следует существование бесконечного множества квазимногообразий, пересечение любых двух из которых совпадает с рассматриваемым квазимногообразием.

Вопрос о независимой аксиоматизируемости квазимногообразий изучался в [1-11]. В [10] построен пример квазимногообразия с двумя унарными операциями, не имеющего независимого базиса, но имеющего w-независимый базис квазитождеств. Там же найдена конечная унарная алгебра, которая не имеет w-независимого и, следовательно, независимого базиса квазитождеств.

Пусть M – многообразие нильпотентных групп класса не выше двух экспоненты p (p – нечетное простое число), F – свободная в M группа ранга 2. Обозначим через qF – квазимногообразие, порожденное группой F.

В [7] показано, что qF не имеет покрытий в решетке квазимногообразий, содержащихся в M. Следствием этого является теорема о том, что qF не имеет независимого базиса квазитождеств в M. Вопрос о существовании w-независимого базиса квазитождеств у qF оставался открытым. В данной работе анонсировано решение этой задачи.

Теорема. Квазимногообразие qF не имеет w-независимого базиса квазитождеств в M.

Библиографический список

1. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasivarieties of groups // Mathematical Notes. – 1982. – V. 31, №6. – P. 413-417.

2. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasivarieties of generalized solvable groups // Algebra and Logic. – 1986. – V. 25, №3. – P. 155-166.

3. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasi-varieties of soluble groups // Algebra and Logic. – 1999. – V. 30, №2. – P. 81-100.

4. Budkin A.I. On the independent axiomatizability of quasimanifolds of universal algebras // Mathematical Notes. – 1994. – V. 56, №4. – P. 1008–1014.

5. Budkin A.I. Quasivarieties of groups having no coverings // Mathemanical Notes. – 1985. – V. 37, №5. – P. 333–337.

6. Fedorov A.N. Quasi-identities of a free 2-nilpotent group // Mathematical Notes. – 1986. – V. 40, №5, - P. 837-841.

7. Fedorov A.N. Subquasivarieties of nilpotent minimal non-Abelian group varieties // Siberian Mathematical Journal. – 1980. – V. 21, №6. – P. 840–850.

8. Tumanov V.I. Finite lattices having no independent basis of quasiidentities // Mathematical Notes. – 1984. – V. 36, №5. – P. 811–815.

9. Basheyeva A.O., Yakovlev A.V. On w-independent bases for quasiidentities // Siberian Electronic Mathematical Reports. – V. 14. – P. 838–847.

10. Gorbunov V.A. Algebraic Theory of Quasivarieties // Siberian School of Algebra and Logic, Consultants Bureau, 1998.

11. Gorbunov V.A. Covers in lattices of quasivarieties and independent axiomatizability // Algebra and Logic. – 1977. – V. 16, №5. – P. 340–369.

УДК 512.552

Некоторые свойства сжатого графа делителей нуля конечного ассоциотивного кольца

Е.В. Журавлев, А.С. Монастырева
АлтГУ, г. Барнаул

Все кольца, рассматриваемые в данной работе, являются конечными ассоциативными. Пусть R – кольцо. Для элемента $x \in R$ положим $l(x)=\{a \in R;\ ax=0\}$ и $r(x)=\{a \in R;\ xa=0\}$. Пусть $D(R)$ – множество делителей нуля (односторонних и двусторонних) кольца R, J(R) – радикал Джекобсона кольца R, $D(R)^*=D(R)\setminus\{0\}$, $Ann(R)=\{a \in R;\ aR=Ra=(0)\}$. Под термином «локальное кольцо» мы понимаем такое конечное кольцо R с единицей, для которого фактор-кольцо $R/J(R)$ является полем.

Графом делителей нуля $\Gamma(R)$ кольца R называют граф, вершинами которого являются ненулевые делители нуля кольца (односторонние и двусторонние), причем различные две вершины x, y соединяются ребром тогда и только тогда, когда $xy = 0$ или $yx = 0$.

Такие графы были определены Д. Андерсоном, П. Ливингстоном в работе [1]. Одним из направлений исследований в этой области стало описание колец, граф делителей нуля которых удовлетворяет определенному условию. Геометрическое изображение графа делителей нуля для конкретных колец представляется довольно сложным. Поэтому необходимо разбить множество вершин графа на классы эквивалентности, причем так, чтобы не нарушалось представление о строении графа в целом. В работах [2, 3] предложен способ решения этой проблемы для коммутативных колец. В данной работе мы расширили и немного изменили этот подход, распространив его и на некоммутативный случай.

Введем отношение эквивалентности на множестве $D(R)^*$:

$$\text{для любых } x, y \in D(R)^*\ x \sim y \Leftrightarrow l(x) \cup r(x)=l(y) \cup r(y).$$

Отношение ~ является отношением эквивалентности на $D(R)^*$, то есть мы можем рассматривать фактормножество $D(R)^*/\sim$.

Пусть $[x]$ – класс эквивалентности элемента $x \in D(R)^*$. Для любых $a \in [x]$, $b \in [y]$, где $x, y \in D(R)^*$, очевидно, что $ab=0$ или $ba=0$ тогда и только тогда, когда $xy=0$ или $yx=0$.