**Теорема 1**. *Пусть $(\omega, J, h)$ – почти паракэлерова структура на алгебре Ли* $\mathfrak{h}$ *и $(\eta,\ \xi,\ \varphi,\ g)$ – соответствующая ей параконтактная метрическая структура на центральном расширении $\mathfrak{g} = \mathfrak{h}\times_{\omega}\mathbf{R}$. Тогда тензор кривизны $R$ на $\mathfrak{g}$ выражается через тензор кривизны $R_{\mathfrak{h}}$ на $\mathfrak{h}$, форму $\omega$ и почти паракомплексную структуру $J$ на $\mathfrak{h}$ по формулам*:

$$R(X,Y)Z = R_{\mathfrak{h}}(X,Y)Z - \tfrac{1}{2}\, D_Z\omega(X,Y)\,\xi - \tfrac{1}{4}\,(\omega(Y,Z)JX -$$

$$- \omega(X,Z)JY) + \tfrac{1}{2}\,\omega(X,\ Y)JZ,$$

$$R(X,Y)\xi = -\tfrac{1}{2}\,((D_X J)Y - (D_Y J)X),$$

$$R(X,\xi)Z = -\tfrac{1}{2}(D_X J)Z - \tfrac{1}{4}\,g(X,Z)\xi, \qquad R(X,\xi)\xi = \tfrac{1}{4}\,X,$$

*где* $X, Y \in \mathfrak{h}$.

**Библиографический список**


1. Bejan C.L., Eken S., Kılıç E. Legendre Curves on Generalized Paracontact Metric Manifolds,. Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2019) 42:185–199.

2. Prakasha D.G., Para-Sasakian manifolds and *-Ricci solitons [Электронный ресурс] / D.G. Prakasha, Pundikala Veeresha // Cornell University Library: архив электронной печати. – Электрон.данные. – Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/1801.01727v1.pdf.

3. Smolentsev N. K. Invariant pseudo-Sasakian and K-contact structures on seven-dimensional nilpotent Lie groups. SCIENCE EVOLUTION, 2017, vol. 2, no. 1, 91 – 99.

4. Blair D. E. Contact Manifolds in Riemannian Geometry. Lecture Notes in Mathematics. Springer–Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1976.

5. Алексеевский, Д. В. Однородные пара-кэлеровы многообразия Эйнштейна [Текст] / Д. В. Алексеевский, К. Медори, А. Томассини: Успехи математических наук. – 2009. – том 64, выпуск 1(385). – С. 3–50. – Режим доступа: https://doi.org/10.4213/rm9262.


**УДК 579.64**

## Построение связной суммы компактных поверхностей

***М.А. Чешкова***

*АлтГУ, г. Барнаул*

Любая компактноя поверхность гомеоморфна либо сфере, либо связной сумме торов, либо связной суммы проективных плоскостей [1, с. 24]. Римская поверхность, поверхность Боя и скрещенный колпак являются моделью проективной плоскости.

Связная сумма двух поверхностей образуется вырезанием топологического круга на каждой поверхности, и затем склеивание этих двух поверхностей вдоль границ этих кругов.

**Построение связной суммы двух торов.** Будем строить связную сумму двух торов. Рассмотрим тор

$$T: r(u,v) = ((3+\sin(u))\cos(v), (3+\sin(u))\sin(v), \sin(u)),$$
$$-\pi \le u \le \pi, -\pi \le v \le \pi).$$

Рассмотрим линию пересечения выпуклой части тора с плоскость. $y = p, 3 < p < 4$ . Получим овал. Имеем

$$(3+\cos(u))\sin(v) = p, \cos(v) = \pm\sqrt{1-\frac{p^2}{(3+\cos(u))^2}}\,.$$

Полагая $p = \frac{7}{2}, 1-\frac{(7/2)^2}{(3+\cos(v))^2} \ge 0$ , получим $-\frac{\pi}{3} \le u \le \frac{\pi}{3}$.

Овал состоит из двух ветвей

$$O1: r(u) = ((3+\sin(u))\sqrt{1-\frac{(7/2)^2}{(3+\cos(u))^2}}, 7/2,, \sin(u)),$$
$$-\pi/3 \le u \le \pi/3,$$
$$O2: r(u) = -((3+\sin(u))\sqrt{1-\frac{(7/2)^2}{(3+\cos(u))^2}}, 7/2, \sin(u)),$$
$$-\pi/3 \le u \le \pi/3.$$

Построим овал.

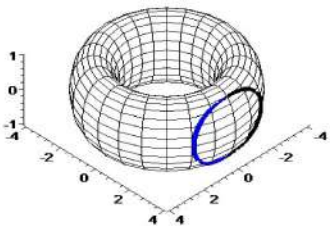


Рисунок 1 – Тор и овал

Вырежем овал. Для этого в уравнении тора изменим параметры. Рассмотрим поверхности

$$T1: -\pi/3 \le u \le \pi/3, \pi - \arcsin(7/2/(3+\cos(u))) \le v$$
$$\le 2\pi - \arcsin(7/2/(3+\cos(u)))),$$
$$T2: -\pi \le u \le \pi/3, -\pi \le v \le \pi,$$
$$T3: \pi/3 \le u \le \pi, -\pi \le v \le \pi).$$

Построим их.

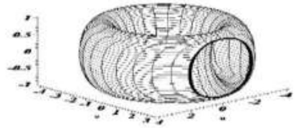

Рисунок 2 – Поверхности $T1, T2, T3$

Чтобы построить тор с той же «дырой» слева, надо поверхности $T1, T2, T3$ отобразить симметрично относительно плоскости $y = 0$ и сдвинуть их вдоль оси $y$ на $2p = 7$ единиц. Получим поверхности $T_1, T_2, T_3$. Чтобы построить связную сумму двух торов, надо построить поверхности $T1, T2, T3, T_1, T_2, T_3$.

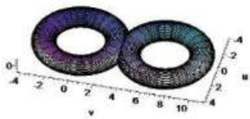


Рисунок 3 – Связная сумма двух торов

**Построение связной суммы двух скрещенных колпаков.** Рассмотрим скрещенный колпак

$$r(u,v) = (\cos(u)\cos(v/2)\cos(v) + 2\cos(v)(1+\sin(u)),$$
$$\cos(u)\cos(v/2)\sin(v) + 2\sin(v)(1+\sin(u)), \cos(u)\sin(y/2)),$$
$$u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi].$$

Рассмотрим линию пересечения выпуклой части скрещенного колпака с плоскостью $z = p, -1 < p < 1$. Получим овал. Полагаем

$$1 - \frac{p^2}{\sin^2(v/2)} \geq 0, p = 9/10.$$

Овал состоит из двух ветвей. Построим скрещенный колпак и овал.


Рисунок 4 – Скрещенный колпак и овал

Вырежем овал. Для этого в уравнении скрещенного колпака а изменим параметры. Рассмотрим поверхности *K*1, *K*2, *K*3

$$K1: v \in [-\pi, \arcsin(9/10)], u \in [-\pi, \arcsin(9/10)/\sin(v/2)],$$

$$K2: v \in [2\arcsin)9/10), 2\pi - 2\arcsin(9/10)],$$

$$u \in [\arccos(-\sqrt{\sin^2(v/2) - (9/10)^2}, \pi],$$

$$K3: v \in [-2\arcsin(9/10), 2\arcsin(9/10)], u \in [-\pi, \pi].$$

Чтобы построить скрещенный колпак с «дырой» снизу, надо поверхности *K*1, *K*2, *K*3 отобразить симметрично относительно плоскости $z = 0$ и сдвинуть их вдоль оси $z$ на $2p = 9/5$ единиц. Получим поверхности *K*_1, *K*_2, *K*_3. Построим поверхности *K*1, *K*2, *K*3, *K*_1, *K*_2, *K*_3.

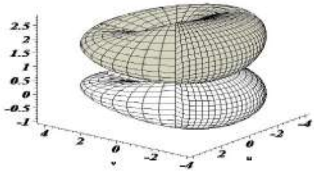


Рисунок 5 – Связная сумма двух скрещенных колпаков

**Библиографический список**

1. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. М. Изд-во Мир, 1977, 342 с.

**УДК 579.64**

## Инверсия поверхностей вращения постоянной отрицательной гауссовой кривизны

***М.А. Чешкова***
*АлтГУ, г. Барнаул*

Работа посвящена построению инверсии для поверхностей вращения постоянной отрицательной гауссовой кривизны

**1. Основные формулы.** В евклидовом пространстве $E^3$ рассмотрим поверхность вращения $M$ , полученную вращением плоской кривой вокруг оси. Обозначим через $k = (0,0,1)$ – орт оси, а через