

УДК 519.248

Интервальное оценивание доходности и риска в прикладном портфельном анализе

***Е.К. Ергалиев¹, М.Н. Мадияров¹, Н.С. Мельникова²,
Н.М. Оскорбин²***

¹ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск;

²АлтГУ, г. Барнаул

В данной работе проводится исследование интервальных оценок доходности и риска в рамках портфельной теории Марковица. В настоящее время комплекс математических методов портфельного анализа в финансовой сфере, как это описано в работах [1 – 4], позволяет получать точечные оценки характеристик оптимальных портфелей. В портфельной теории Марковица считается, что доходность каждого финансового инструмента формируемого портфеля является случайной величиной, но вероятности их полных потерь нулевые. Тогда цель портфельного анализа состоит в выборе совокупности активов, которая обеспечит высокую среднюю доходность и минимальное отклонение уровня дохода от этого среднего.

В статье [4] предлагается комплекс математических методов поддержки принятия решений в рамках теории Марковица, основанный на идее формирования таблицы вариантов оптимальных портфелей и на использовании принципов ожидаемой полезности, в том числе субъективной, для выбора портфеля, который соответствует инвестиционным предпочтениям ЛППР. Однако при формировании таблицы вариантов оптимальных портфелей используется ограниченная выборка доходностей и при окончательном обосновании инвестиционной стратегии этот факт не учитывается. В результате реальный риск снижения доходности инвестиций может существенно отличаться от расчетного значения. Проблема интервального оценивания в прикладном портфельном анализе может быть решена с использованием методов многовариантного компьютерного моделирования.

Рассмотрим один из методологических подходов компьютерного моделирования на конкретном примере. Требуется обосновать оптимальный инвестиционный портфель, который включает 5 исходных активов, квартальные доходности которых представлены в таблице 1. Считаем, что оценки средних доходностей и ковариационной матрицы являются значениями генеральной совокупности. Тогда, используя выборки этой генеральной совокупности можно рассчитать оптимальные

портфели и их характеристики N раз и полученные значения использовать для искомым интервальных оценок доходностей и рисков. В процессе многовариантных расчетов получаем информацию для исследования закономерностей изменения структуры оптимальных портфелей и их характеристик для разных выборок.

Таблица 1 – Процентные ставки финансовых инструментов, %

№ квартала	1	2	3	4	5
1	4,293%	2,406%	5,226%	4,256%	0,948%
2	6,437%	3,388%	3,763%	7,758%	-0,232%
3	1,888%	2,933%	2,097%	-2,407%	6,094%
4	1,393%	2,970%	3,220%	0,003%	6,626%
5	4,313%	2,442%	2,254%	3,671%	4,591%
6	3,573%	4,765%	3,604%	3,517%	5,212%
7	2,640%	2,684%	4,690%	14,662%	5,186%
8	0,774%	1,635%	1,675%	7,178%	4,287%
9	4,257%	3,217%	1,018%	3,653%	3,388%
10	2,173%	3,075%	0,161%	-0,410%	5,121%
11	2,655%	0,466%	3,056%	13,099%	4,121%
12	2,504%	2,018%	0,834%	6,220%	3,959%
Средние	3,075%	2,667%	2,633%	5,100%	4,108%

Для получения исходной выборки с числом строк $12 \cdot N$ воспользуемся известным преобразованием

$$X = BY + M, \quad (1)$$

где Y – в нашем случае 5-мерный вектор с независимыми нормально распределенными компонентами, дисперсия которых равна единице, а математическое ожидание – нулевое; M – 5-мерный вектор заданных математических ожиданий; B – треугольная матрица преобразования строк формируемой выборки, которая вычисляется по заданной корреляционной матрице.

Как показывают предварительные расчеты получить по формуле (1) случайный вектор с заданными числовыми характеристиками, рассматривая в качестве вектора Y псевдослучайные числа с использованием, например, инструмент Excel «Анализ данных» не представляется возможным, т.к. реальная выборка Y не имеет стандартные параметры. Данная задача решена нами с использованием инструмента Excel «Поиск решения» путем центрирования и матричного преобразования выборки исходных псевдослучайных чисел.

Алгоритм компьютерного моделирования запишем по шагам.

Шаг 1. Для прикладной задачи портфельного анализа формируем выборку доходностей используемых финансовых инструментов (пример выборки представлен в таблице 1). Задаем N .

Шаг 2. С использованием инструмента генерации псевдослучайных чисел формируем выборку в выбранном векторном пространстве с числом строк $12 \cdot N$.

Шаг 3. Осуществляем преобразование выборки для получения стандартных для нее параметров.

Шаг 4. По формуле (1) осуществляем формирование выборки вектора X с числом строк $12 \cdot N$, которая имеет заданные математические ожидания и корреляционную матрицу.

Шаг 5. Для каждой из N таблиц наблюдений находим оптимальный портфель (пользуемся рекомендациями работы [4]) и получаем выборку ожидаемых доходностей.

Шаг 6. Для каждой из N таблиц наблюдений находим оптимальный портфель (пользуемся рекомендациями работы [4]) и получаем выборку ожидаемых доходностей с учетом предпочтений инвестора.

Шаг 7. Интервальную оценку ожидаемой доходности получаем методами математической статистики для заданной доверительной вероятности.

Рассмотренный алгоритм реализован при создании проблемно ориентированной системы компьютерного моделирования. Для исходных данных таблицы 1 найдена выборка 15 значений гарантированных доходностей, средние и квадратическое отклонение которой равны соответственно: 2,80% и 0,29%. Искомая интервальная оценка ожидаемой доходности при доверительной вероятности 0,95 имеет вид: [2,18%; 3,41%]. Заметим, что интервальная оценка для генерального среднего [2,64%; 2,96%] содержит значение ожидаемой доходности для исходной выборки, равное 2,75%. Отмеченное включение подтверждает корректность полученных оценок и возможность их использования на практике для оценки реальной доходности инвестиционной стратегии.

Библиографический список

1. Markowitz Harry M. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. 7. № 1.

2. Наумов А.А., Федоров А.А. Синтез эффективного портфеля проектов // Информационные технологии моделирования и управления. 2006. № 1(26).

3. Bierwag G., Kaufman G., Toevs A. Single factor duration models in a discrete general equilibrium framework // Journal of Finance, 1982, Vol.37, №.2.

4. Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н., Оскорбин Н.М. Математические задачи прикладного портфельного анализа // Известия Алтайского государственного университета. № 1 (105). 2019 – С. 75–79.