Достаточное условие алгебраической реализуемости для линейных динамических систем над нечеткими числами

В.А. Кожухарь
БТИ (филиал) АлтГТУ, г. Бийск

Для класса линейных стационарных динамических систем с дискретным временем задача построения конечномерной реализации успешно решается в рамках алгебраического подхода к проблеме [1]. Однако при исследовании систем функционирующих в условиях неопределенности, приходится привлекать дополнительный математический аппарат. В последнее время для анализа систем с неопределенностями и неоднозначностями в данных все чаще используются такие подходы, как теория нечетких множеств. Данная работа посвящена проблеме реализации в пространстве состояний для динамических систем с дискретным временем, параметры и/или объекты которых являются нечеткими числами. Математическая модель многомерного нечетко заданного объекта управления представляется в виде системы уравнений с нечеткими параметрами и понимается как семейство математических моделей многомерных динамических объектов, которые являются системами над нечеткими числами. Далее мы будем использовать следующие обозначения: $\mathbb{R}$ – множество действительных чисел, $\mathbb{FR}$ – множество нечетких чисел.

Определение 1. *Линейной стационарной динамической системой с дискретным временем (с m входами, n состояниями и p выходами) с нечеткими параметрами будем называть объект $[\Sigma]=(\mathbf{F},\mathbf{G},\mathbf{H})$, динамическое поведение которого описывается уравнениями*

$$x(t+1)=\mathbf{F}x(t)+\mathbf{G}u(t),\ y(t)=\mathbf{H}x(t),$$

где $u(t)\in\mathbb{R}^m, x(t)\in\mathbb{R}^n, y(t)\in\mathbb{R}^p$, и понимать как семейство математических моделей

$$x(t+1)=Fx(t)+Gu(t),\ y(t)=Hx(t),$$

матрицы (F,G,H) которых принадлежат заданным нечетким матрицам $(\mathbf{F},\mathbf{G},\mathbf{H})$, т.е.

$$F\in\mathbf{F}\in\mathbb{FR}^{n\times n}, G\in\mathbf{G}\in\mathbb{FR}^{n\times m}, H\in\mathbf{H}\in\mathbb{FR}^{p\times n}.$$

Определение 2. *Будем говорить, что последовательность матриц размера $p\times m$ над нечеткими числами*

$$\{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \ldots\},\ \mathbf{A}_i \in \mathbb{FR}^{p\times m},\ i = 1, 2, \ldots \qquad (1)$$

рекуррентна, если существует такое целое $r > 0$ *и коэффициенты* $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_r \in \mathbb{FR}$ *такие, что*

$$\mathbf{A}_{r+j+1} = \sum_{i=1}^{r} \beta_i \mathbf{A}_{i+j},\ j = 0, 1, 2, \ldots .$$

Предложение. *Если последовательность матриц над нечеткими числами (1) рекуррентна, то для нее существует алгебраическая нечеткая реализация.*

Литература

1. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971.

Об условиях существования граничных реализаций для импульсной последовательности интервальных матриц

А.Г. Лазарева, С.Г. Пушков
БГПУ, БТИ АлтГТУ, Бийск

В теории систем проблема реализации состоит в определении модели в пространстве состояний для динамической системы, заданной своим поведением вход-выход. С импульсной последовательностью интервальных матриц, характеризующих поведение вход-выход системы можно связать две обычные (вещественные) импульсные последовательности, определяемые верхними и нижними границами интервальных матриц.

Определение. Для последовательности интервальных матриц

$$\{A_1, A_2, \ldots\} = \left\{ \left[\underline{A}_1, \overline{A_1}\right], \left[\underline{A}_2, \overline{A_2}\right], \ldots \right\} \qquad (1)$$

реализации последовательности

$$\{\underline{A}_1, \underline{A}_2, \ldots\}$$

называют нижними граничными реализациями последовательности (1), а реализации последовательности

$$\{\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots\}$$

называют верхними граничными реализациями последовательности (1).

Теорема и следствие, сформулированные и доказанные в [2] позволяют вычислять граничные реализации, в случае, когда матрицы