МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Проблема остановки для машин Шенфилда с оракулом

В.А. Ганов, В.Р. Карымов
АлтГУ, г. Барнаул

Машина Шенфилда с оракулом имеет бесконечное число *регистров*, пронумерованных натуральными числами $0,1,2,\ldots$. Каждый из этих регистров может содержать любое натуральное число. Корме того, у машины есть специальная *память для программы*, а также имеется *счетчик команд*, всегда содержащий некоторое натуральное число. Выделим 0-й регистр для счетчика команд, 1-й регистр для вопросов.

Программа машины состоит из конечного списка команд, пронумерованных натуральными числами начиная с 0.

Перед запуском в машину вводится программа, в регистры заносятся начальные данные, а в счетчик команд заносится значение 0. После этого шаг за шагом осуществляется работа машины [1].

Шаг машины состоит в исполнении команды, номер которой указан в счетчике команд, Если такого номера команды в программе нет, то машина останавливается. Существует три типа команд [2]:

1) $INC\ (j)$ увеличивает содержимое j-регистра на 1 и увеличивает содержимое счетчика команд на 1.

2) $DEC\ (j,n)$ если содержимое j-го регистра больше 0, то уменьшает содержимое j-го регистра на 1 и заносит n в счетчик команд. Если содержимое j-го регистра равно 0, то увеличивает содержимое счетчика команд на 1.

3) $QST\ (j)$ в j-й регистр помещается значение *оракула* от содержимого 1-го регистра.

Вопросом является число x, записанное в первом регистре. *Оракул – числовая функция* $F(x)$, присоединенная к 1-му регистру. Ответом оракула F на вопрос x является значение $F(x)$. Команда $QST\ \ j$ не является конструктивной, т.е. вопрос x машина вычисляет механически, согласно своей программе, а ответы даются извне. Если $F(x)$ *не определено*, то работа машины считается неопределенной, в этом случае говорят, что машина *застряла* на вопросе x.

Производить вычисления на таких машинах невозможно, но оказывается, что основные принципы программирования на этих машинах совпадают с принципами обычных вычислений. Поэтому, например, все рекурсивные функции являются вычислимыми с любым оракулом.

В данном сообщении мы рассматриваем вычисления на машинах с оракулом, работающих с ограничениями. Будем говорить, что машина M работает *с ограничением* t, если для любых аргументов машина работает не более t тактов, при этом если машина не приходит в заключительное состояние, то ее работа считается *бесконечной.*

Естественным образом определяется геделевская нумерация машин с оракулом.

Главные особенности функций F-вычислимых с некоторым ограничением:

1. Если оракул F-всюду определенная функция, то существуют F-вычислимые функции, не являющиеся F-вычислимыми с некоторым ограничением.

2. Для любого оракула F следующая функция не является F-вычислимой с некоторым ограничением

$$h_1(z,x,t)=\begin{cases}0, & \text{åñëè } z \text{ íà } x \text{ îñòàíàâëèâàåòñÿ çà } t \text{ òàêòîâ,}\\ 1, & \text{â îñòàëüíûõ ñëó÷àÿõ.}\end{cases}$$

3. Существует частичный оракул H такой, что следующая функция H-вычислима с некоторым ограничением

$$h_2(z,x,t)=\begin{cases}0, & \text{åñëè } z \text{ íà } x \text{ îñòàíàâëèâàåòñÿ çà } t \text{ òàêòîâ,}\\ 1, & \text{åñëè } z \text{ íà } x \text{ íå çàñòðåâàåò è íå îñòàíàâëèâàåòñÿ}\\ & \text{çà } t \text{ òàêòîâ}\\ & \text{íå îïðåäåëåíà â îñòàëüíûõ ñëó÷àÿõ.}\end{cases}$$

4. Для класса функций, H-вычислимых с некоторым ограничением, выполняются аналоги $S-m-n$-теоремы и теоремы о неподвижной точке.

Литература

1. Морозов А.С. Машины Шенфилда. – Новосибирск: НГУ,1996. 28 с.

2. Ганов В.А., Белякин Н.В. Общая теория вычислений с оракуломи. – Новосибирск: ИМ СОАН СССР, 1989. – 138 с.

Вычисления на машинах Тьюринга с ограничением

В.А. Ганов, Л.Л. Смолякова
АлтГУ, г. Барнаул

Рассмотрим вычисления на обычных машинах Тьюринга с ограничением на время ее работы. Для данного числа t считаем, что машина M работает с ограничением t, если она на любом наборе аргументов $\overline{x}$ выполняет не более t тактов, при этом если M не пришла в заключительное состояние, то M работает бесконечно. Функции, вычислимые на таких машинах, называются вычислимыми с ограничением t. Очевидно, что любая функция, вычислимая с некоторым ограничением, является рекурсивной. Но обратное утверждение не обязано выполняться. Поэтому важно выделить главные особенности вычислений с ограничениями. Определим следующие аналоги рекурсивных и рекурсивно перечислимых множеств.

Определение 1. Множество M называется разрешимым с ограничением t, если его характеристическая функция вычислима с ограничением t.

Определение 2. Множество M называется перечислимым с ограничение t, если $M = \varnothing$ или M область значений тотальной функции, вычислимой с ограничением t.

Легко доказывается, что классы функций, вычислимых с некоторым ограничением, замкнуты относительно арифметических операций и суперпозиции. Класс множеств разрешимых с некоторым ограничением замкнут относительно операций пересечения, объединения, дополнения, декартова-произведения и проецирования. Кроме того выполняются естественные аналоги $S-n-m$-теоремы и теоремы о неподвижной точке.

Главная особенность вычислений с ограничением в том, что класс перечислимых множеств совпадает с классом разрешимых множеств. Для доказательства этого факта разрабатывается специальная техника, основанная на теореме о неподвижной точке.

Другая особенность этих вычислений связана с проблемой остановки. Если ограничение t фиксировано, то проблема остановки для машин, работающих с ограничением t, является разрешимой с неко-