Расчет электромагнитного поля, рассеянного диэлектрическим объектом в полупространстве

А.В. Устюжанова
АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается задача дифракции электромагнитного поля на диэлектрическом теле, расположенном в поглощающем полупространстве $z<0$. В соответствии с методом дискретных источников приближенное решение представляет собой линейную комбинацию полей электрических и магнитных диполей, выбранных на вспомогательных поверхностях

$$\vec{E}(M)=\frac{i\omega}{k^2}\sum_{n=1}^{N} rot\ \ rot(G_n(M,M_n)\vec{p}_\tau^{\,n}),$$

$$\vec{H}(M)=\frac{1}{\mu}\sum_{n=1}^{N} rot(G_n(M,M_n)\vec{p}_\tau^{\,n}).$$

В [1] при построении решения была использована функция Грина для безграничного пространства, при этом глубина залегания подповерхностного объекта считалась достаточно большой, чтобы пренебречь влиянием переотраженных волн от границы раздела двух сред. В данном случае применяется функция Грина $G_n(M,M_n)$, вычисляемая для каждого источника в полупространстве $z<0$.

Литература

1. Устюжанова А.В. Анализ рассеивающих свойств диэлектрических объектов, расположенных в почве // Материалы восьмой региональной конференции по математике «МАК-2005». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2005.

Интервальный анализ или методы Монте-Карло?

С.П. Шарый
ИВТ СО РАН, г. Новосибирск

Представляемая работа посвящена выяснению границ применимости методов интервального анализа, сравнительно молодой математической дисциплины, оперирующей с интервалами (или более общими множествами) как целостными объектами – путём установления между ними операций, отношений и т.п. (см., к примеру [1]). Наша цель – попытаться ответить на философский вопрос: зачем вообще нужен интервальный анализ? и что нового он привносит в практику математического моделирования?

В значительной мере эти вопросы является риторическими, так как в течение последних десятилетий накоплено достаточно много примеров плодотворного применения интервальных методов к задачам, которые до сих пор никак иначе не решались или решались неудовлетворительно. Таковы, в частности, задачи доказательной глобальной оптимизации и доказательного глобального решения уравнений и систем уравнений [2, 3]. Кроме того, интервальный анализ предоставляет удобный язык для оперирования с ограниченными неопределённостями в данных, существенно обогащая тем самым практику математического моделирования. Но вопросы о месте и роли интервального анализа не являются и совсем бессмысленными.

Дело в том, что ряд задач, с которыми имеет дело современный интервальный анализ, ставились и решались и раньше, в «доинтервальную» эру. Например, прямым статистическим моделированием неопределённостей в данных задачи. Что же касается интервальных подходов, то, как известно, большинство интервальных задач в постановках, требующих оптимальных или гарантированно близких к оптимальным ответов, являются NP-трудными [4], так что получение для них «качественных» интервальных ответов является очень трудоёмким делом. В каких случаях применение интервального анализа в подобных задачах оправдано, а когда оно нецелесообразно?

Традиционным аргументом в пользу интервальных методов является следующий: статистическое моделирование не способно обеспечить «гарантированности» ответов. Но это верно лишь отчасти, поскольку вероятность оценивания всех решений, большую, скажем, чем $(1–10^{-8})$, можно считать уже «практически достоверной» [5], так что и методы Монте-Карло способны по-своему «гарантировать» выдаваемые ими ответы. Ситуация усугубляется ещё и тем, что в функциях большого числа переменных, сложно завязанных друг с другом, практически любые вероятностные распределения на областях определения аргументов преобразуется на области значений функции в распределение, плотность вероятности которого пренебрежимо мала в точках, лежащих вблизи экстремумов. В качестве модельных примеров мы внимательно проанализируем результаты аналитических расчётов и вычислительных экспериментов, выполненных с интервальными расширениями функций и интервальными линейными системами уравнений.

Резюмируя наши сравнения, можно утверждать, что интервальный анализ явно выигрывает конкуренцию с методами Монте-Карло в тех случаях, когда требуется за практически приемлемое время (т.е. «достаточно быстро») вычислить действительно гарантированные оценки множеств решений задач, областей значений функций и т.п., не считаясь с возможным огрублением ответа в сравнении с идеальным математическим.

Литература

1. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. – Москва-Ижевск: Издательство «РХД», 2005.
2. Kearfott R.B. Rigorous global search: continuous problems. – Dordrecht: Kluwer, 1996.
3. Hansen E.R., Walster G.W. Global optimization using interval analysis. – New York: Marcel Dekker, 2003.
4. Kreinovich V., Lakeyev A.V., Rohn J., Kahl P. Computational complexity and feasibility of data processing and interval computations. – Dordrecht: Kluwer, 1997.
5. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Механика и прикладная математика. Логика и особенности приложений математики. – Москва: Наука, 1990.

О поведении при $t \to \infty$ решения второй начально-краевой задачи для уравнения С.Л. Соболева в четверти пространства

С.И. Янов*

БГПУ, г. Барнаул

Исследуется поведение при $t \to \infty$ решения второй начально-краевой задачи для уравнения С.Л. Соболева [1] в четверти пространства:

$$D_t^2 \Delta u + D_{x_n}^2 u = f(t,x);$$

$$u\big|_{t=0} = \phi(x),\ D_t u\big|_{t=0} = \varphi(x);$$

$$D_{x_n} u\Big|_{x_n = 0} = g(t, x').$$

Изучение поведения при $t \to \infty$ решения задачи проводилось в работах С.Л. Соболева [1], С.В. Успенского, Г.В. Демиденко [2]. Однако выбор пространств W_l^p решений задачи привел к условиям ортого-

* Работа поддержана грантом РФФИ 04-01-00750.