$$n_u = \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2+1})^3} r_u .$$

Главные кривизны k_1, k_2 гиперповерхности M имеют вид

$$k_1 = \frac{f'(u)}{u\sqrt{(f')^2+1}}, k_2 = \frac{f''(u)}{\sqrt{((f')^2+1)^3}},$$

причем, k_1 имеет кратность $n-2$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение $k_1^3 + k_2 = 0(1)$, или $\frac{(f'(u))^3}{u^3} + f''(u) = 0(2)$.

Имеем два решения

$$z = f_1(u) = \frac{\sqrt{C_1 u^2 - 1}}{C_1} + C_2, z = f_2(u) = -\frac{\sqrt{C_1 u^2 - 1}}{C_1} + C_2 (3),$$

где C_1, C_2 – произвольные константы. В переменной плоскости $\{\vec{e}(v^1,...,v^{n-2}), \vec{k}\}$ меридиана уравнения (3) определяют гиперболу ($C_1 > 0$), либо мнимый эллипс ($C_1 < 0$).

Теорема. *Если главные кривизны гиперповерхности вращения M удовлетворяют уравнению* $k_1^3 + k_2 = 0$, *то гиперповерхность M есть гиперболоид вращения.*

В процессе исследования используется система компьютерной математики Maple [2].

Литература

1. Чешкова М.А. О гауссовом отображении гиперповерхности // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2003. – №1.
2. Васильев А.Н. Maple 8. – М., 2003.

О листе Мебиуса

М.А. Чешкова
АлтГУ, г. Барнаул

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим линейчатую поверхность M, образованную прямыми, ортогонально секущими окружность. Обозначим через ϕ – угол, который образуют прямые с плоскостью окружности. Тогда уравнение поверхности запишется в виде

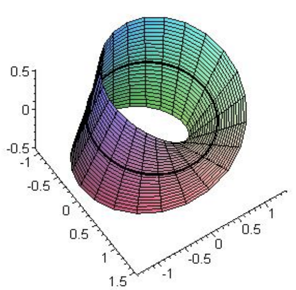
$$r(u,v) = e(v) + ul(v), e(v) = (\cos(v), \sin(v), 0), l(v) = \cos(\phi(v))e(v) + \sin(\phi(v))k.$$

Будем рассматривать те поверхности, когда функция ϕ линейная, т.е. $\phi = av + b$.

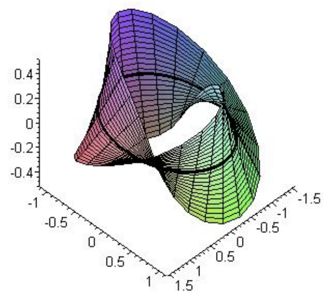
При $a = 0$ имеем: цилиндр $(b = \pi / 2)$, плоскость $(b = 0)$, конус $(b \neq 0, \pi / 2)$.

При $a = \frac{1}{2}$ прямые $v = 0, v = 2\pi$ «склеиваются». Имеем лист Мебиуса [1]. Если $a = \frac{1}{2}k$, k – целое число, M – лист Мебиуса, перекрученный k раз.

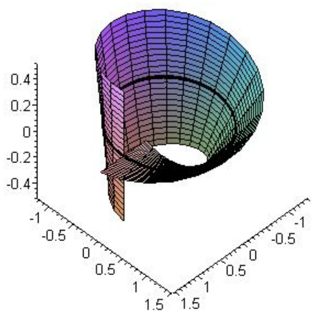
a=1/2,b=0



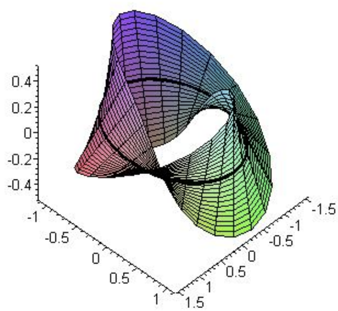
a=k/2,k=2,b=0

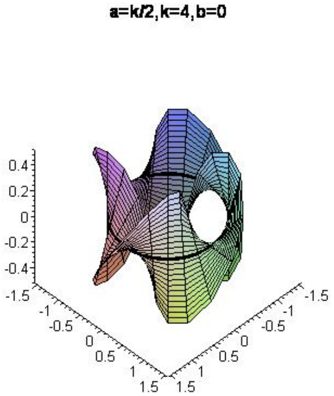


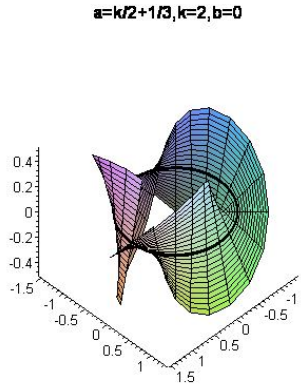
a=1/4,b=0



a=k/2,k=2,b=2*Pi







В процессе исследования используется система компьютерной математики Maple [2].

Литература

1. Торп Дж. Начальные главы дифференциальной геометрии. – М., 1982.

2. Васильев А.Н. Maple 8. – М., 2003.