Вычисления с оракулами и ограничениями

В.А. Ганов, В.Р. Карымов
АлтГУ, г. Барнаул

Основная цель данных исследований – построить язык программирования для описания вычислений с оракулами, программы которого можно реализовать на современных компьютерах. Главная особенность вычислений с оракулами в наличии спрашивающих команд, при этом вопросы могут использовать программы других машин. В классической теории алгоритмов обычно программы машин отождествляют с их эффективными кодами, и с этими кодами обращаются как с обычными числами. Например, часто встречаются процедуры, в которых требуется по коду некоторой машины восстановить ее программу и затем эту программу применить к заданным аргументам. Теоретически такая процедура рекурсивна, но процедура восстановления программы очень громоздкая и указанное рассуждение не осуществимо на реальных вычислительных машинах. В связи с этим в данной работе в качестве аргументов используются сами программы вместо их кодов.

В язык программирования вводим два сорта переменных: числовые переменные x, y и операторные переменные A, B. Значениями первых являются числа, значения вторых – специальные числовые кортежи, определяющие программы машин. Рассматриваем два вида отображений: числовые функции и операторы. Аргументами и значениями числовых функций являются числа, а аргументами и значениями операторов могут быть числа и программы. При этом если значениями оператора являются числа, то такой оператор называется числовым.

Кроме того, вводим ограничение на время работы рассматриваемых машин и надеемся, что при подходящем таком ограничении полученные нами программы могут быть реализованы в существующих компьютерах.

Виды команд и принципы работы рассматриваемых вычислительных машин, описаны в [2]. Дополнительно принимаем естественные соглашения для записи программ, аргументов, ограничений на работу и результатов вычислений.

Оракул F является некоторой процедурой от переменных указанного выше сорта. Эта процедура не входит в программу рассматриваемой машины, и можно считать, что оракул присоединен к ее специальному входу.

Запись $\{W\}tF(\bar{A}, \bar{y})$ обозначает результат работы машины W на аргументах $\bar{A}$, $\bar{y}$ с ограничением t и с оракулом F, если это значение определено. Естественным образом определяются функции и операторы, вычислимые с данным оракулом F и ограничением t. При этом класс числовых функций, вычислимых с оракулом F совпадает с классом F-вычислимые числовых функций из [1]. Но здесь нас интересуют вычисления на машинах, работающих с некоторыми ограничениями. И следующие утверждения показывают, что известные принципы классического программирования или перестают выполняться, или выполняются частично.

Теорема 1. *Для любого всюду определенного оракула F существует числовой F-вычислимый оператор, который не является F-вычислимым ни с каким ограничением.*

Теорема 2. *Существует машина U такая, что для любой машины W, F-вычисляющей с ограничением t числовую функцию от k переменных, верно соотношение:*

$$\{U\}_s^F(W; \bar{y}) \cong \{W\}_t^F(\bar{y}).$$

где s находится эффективно по t и W.

Теорема 3. *Существует рекурсивный оператор $S_1^1(A, B)$ такой, что для любой машины W, F-вычисляющей с ограничением t числовой оператор от переменных B, z, и любого допустимого V значение $S_1^1(W, V)$, определено и верно соотношение:*

$$\{S_1^1(W, V)\}_s^F(z) \cong \{W\}_t^F(V, z).$$

где s находится эффективно по V, W и t.

Теорема 4. *Пусть машина W с оракулом F и с ограничением t вычисляет числовой оператор $g(A, z)$ от двух переменных. Тогда существует машина P такая, что имеет место следующее соотношение:*

$$\{P\}_s^F(z) \cong g(P, z),$$

где s находится эффективно по t и W.

Литература

1. Ганов В.А., Белякин Н.В. Общая теория вычислений с оракулами. – Новосибирск: ИМ СОАН СССР,1989.- 138 с.

2. Ганов В.А., Карымов В.Р. Проблема остановки для машин Шенфилда с оракулом. Материалы девятой региональной конференции по математике. – Барнаул: АлтГУ, 2006.