Модель ослабления излучения дисперсной средой с учетом характеристик рассеивающих частиц

Ю. А. Галенко, М. О. Сысоева
БТИ АлтГТУ, г. Бийск

Для расчета параметров излучения дисперсной среды необходимо знание таких величин, как индикатрисы рассеяния, коэффициентов полного ослабления, ослабления рассеянием и поглощением.

Задача рассеяния излучения однородной сферической частицей основывается на решении, полученном Ми [1].

Решение Ми для основных функций рассеяния: индикатрисы рассеяния $I_\lambda(m,x,\theta)$, коэффициентов полного ослабления $k_\lambda(m,x)$, ослабления рассеянием $k_{\lambda\,\text{ðàññ}}(m,x)$ и поглощением $k_{\lambda\,\text{ïîãë}}(m,x)$ дает комплексные выражения:

$$I_\lambda(m,x,\theta)=\frac{I_0}{2x^2}\cdot\left[\left|\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{2\nu+1}{\nu(\nu+1)}\left(a_\nu Q_\nu+b_\nu S_\nu\right)\right|^2+\left|\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{2\nu+1}{\nu(\nu+1)}\left(b_\nu Q_\nu+a_\nu S_\nu\right)\right|^2\right]; \quad (1)$$

$$k_\lambda(m,x)=\frac{2}{x^2}\sum_{\nu=1}^{\infty}(2\nu+1)\mathrm{Re}(a_\nu+b_\nu); \quad (2)$$

$$k_{\lambda\,\text{ðàññ}}(m,x)=\frac{2}{x^2}\sum_{\nu=1}^{\infty}(2\nu+1)\left(|a_\nu|^2+|b_\nu|^2\right); \quad (3)$$

$$k_{\lambda\,\text{ïîãë}}(m,x)=k_\lambda-k_{\lambda\,\text{ðàññ}}, \quad (4)$$

где m – комплексный показатель преломления материала частицы, $x=\pi d/\lambda$ – параметр дифракции, d – диаметр частицы, λ – длина волны излучения [2].

Формулы (1)-(4) представлены сходящимися бесконечными рядами. Интенсивность членов ряда с увеличением номеров ν быстро убывает. Поэтому предел суммирования устанавливается равным максимальному значению параметра дифракции, поскольку большее количество членов ряда не приводит к заметному изменению результата.

Расчет угловых функций Q_ν и S_ν, которые определяются только значением $\mu=\cos\theta$ и вычисляются с помощью полиномов Лежандра целого порядка ν вещественного аргумента и их производными, не представляет трудностей [1].

Коэффициенты Ми a_ν и b_ν, зависящие от значений комплексного показателя преломления материала частицы m и параметра дифракции x, являются комплексными величинами и выражаются через цилиндрические функции (функции Бесселя первого рода) порядка $\nu+1/2$ [2]:

$$a_\nu(m,x)=\left[\left(\frac{A_\nu(y)}{m}+\frac{\nu}{x}\right)J_{\nu+1/2}(x)-J_{\nu-1/2}(x)\right]\times$$

$$\times\left[\left(\frac{A_\nu(y)}{m}+\frac{\nu}{x}\right)\left[J_{\nu+1/2}(x)+(-1)^\nu i\ J_{-\nu-1/2}(x)\right]-\right.$$

$$\left.-\left[J_{\nu-1/2}(x)-(-1)^\nu i\ J_{-\nu+1/2}(x)\right]\right]^{-1};$$

$$b_\nu(m,x)=\left[\left(mA_\nu(y)+\frac{\nu}{x}\right)J_{\nu+1/2}(x)-J_{\nu-1/2}(x)\right]\times$$

$$\times\left[\left(mA_\nu(y)+\frac{\nu}{x}\right)\left[J_{\nu-1/2}(x)+(-1)^\nu i\ J_{-\nu-1/2}(x)\right]-\right.$$

$$\left.-\left[J_{\nu-1/2}(x)-(-1)^\nu i\ J_{-\nu+1/2}(x)\right]\right]^{-1}.$$

где $y=m\cdot x$, функции $A_\nu(y)$, $w_\nu(x)$ рассчитываются по рекуррентным формулам, а их начальные значения определяются цилиндрическими функциями $J_{1/2}$, $J_{-1/2}$ [3].

Разработана достаточно просто реализуемая математическая модель ослабления излучения дисперсной средой с учетом характеристик рассеивающих частиц, использующая теорию Ми. Модель реализована в среде программирования Borland Delphi 7.

Полученный результат сравнивался с результатами расчетов, приведенными в работе [4]. Достаточно хорошее совпадение подтверждает работоспособность предлагаемой модели.

Литература

1. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. – М.: Госттехиздат, 1951.
2. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. – М.: ИЛ, 1953.
3. Воронцов А.А., Мировицкая С.Д. Специальные функции задач теории рассеяния: Справочник. – М.: Радио и связь, 1991.
4. Блох А.Г. Основы теплообмена излучением. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962.